

Obr. 6.20. Druhy polygónov

Podľa vzťahu polygónov k polohovému bodovému poľu rozoznávame polygóny polohovo a smerovo pripojené a polygóny pripojené len polohovo. Pripojené polygóny umožňujú vytvoriť vzájomne spätú polygónovú sieť, ktorú vkladáme do siete trigonometrických bodov. Polygóny bez pripojenia a orientácie volíme pri úlohách miestneho významu. Nie sú žiadnym spôsobom viazané na súradnicový systém, alebo sa naň pripoja dodatočne. Súradnice polygónových bodov vtedy vypočítame v ľubovoľne zvolenom a orientovanom súradnicovom systéme.

Podľa spôsobu pripojenia polygónu na súradnicový systém rozoznávame (obr. 6.20):

1. Obojstranne pripojený a orientovaný polygón, začína a končí na polohovo určenom bode. Na koncových bodoch polygónu meriame pripojovacie (orientačné) uhly na body, u ktorých poznáme súradnice alebo pripojovacie smerníky.
2. Jednostranne pripojený a orientovaný polygón, je pripojený a orientovaný len na počiatočnom bode.
3. Nepriamo pripojený polygón, nemá odmeraný pripojovací uhol a dĺžku na počiatočný (koncový) súradnicovo známy bod, ktorý je z hľadiska merania neprístupný (veža kostola, továrenský komín a pod.). Na pripojenie odmeriame osobitný pripojovací obrazec.
4. Vložený polygón začína a končí na polohovo určených bodoch a nemá uhlové pripojenie.

5. Zauzlené polygóny sa skladajú z troch a viac polygónov, ktoré sa stretávajú v uzlovom bode.

Predpis pre Jednotnú železničnú mapu staníc a tratí (ďalej len JŽM) a Inštrukcia na práce v polohových bodových poliach 984 121 I/93 majú spoločné kritériá na rozdelenie polygónov podľa presnosti.

Polygónmi určujeme body PPBP 1. až 4. triedy presnosti. Z hľadiska dĺžok strán sa delia polygóny s dlhými stranami (300 – 1500 m) a s krátkymi stranami (60 – 300 m, výnimočne 50 m). Podľa spôsobu pripojenia sa delia na hlavné a vedľajšie.

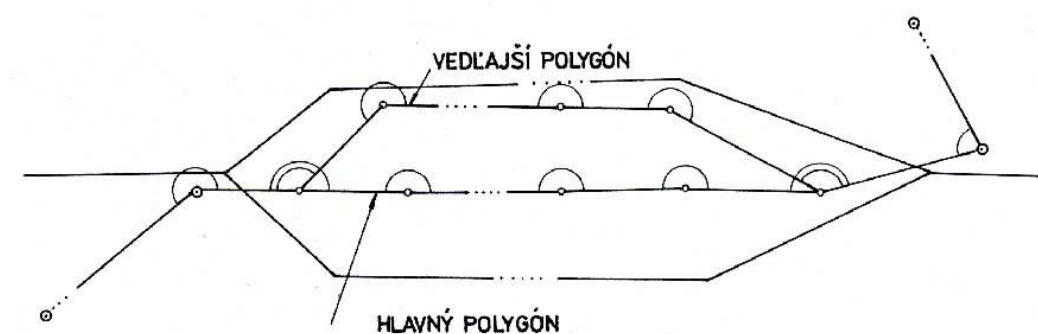
Hlavné polygóny na určenie súradníc bodov 1. triedy presnosti pripájame na body ZPBP. Hlavné polygóny na určenie bodov 2. až 4. triedy presnosti pripájame na body najmenej rovnakej triedy presnosti určené hlavnými polygónmi, alebo inými metódami merania a na body vyššej triedy presnosti. Body v 1. triede presnosti nemôžu byť určené vedľajšími polygónmi.

Polygóny sa podľa predpisu M20/1 pre JŽM delia na základné (1. trieda presnosti), hlavné, vedľajšie a zvláštne (2. trieda presnosti), (obr. 6.21).

Základné železničné polygóny budujeme na tratiach s vyššími a vysokými rýchlosťami a postupne aj na ďalších tratiach, kde sú k tomu vhodné podmienky. Využívajú sa na mapovanie a na projekčné a ďalšie špeciálne práce súvisiace so železničnou prevádzkou. Pripájajú sa na vybrané trigonometrické body.

Hlavné železničné polygóny sa zakladajú tam, kde nie sú podmienky na vybudovanie základných polygónov. Pripájajú sa na trigonometrické body a prípadne na ich zaisťovacie body ZB I a ZB II a na body 1. triedy presnosti (zaisťovacie body sú vybudované pri neprístupných trigonometrických bodoch). Pre potreby podrobného merania polygónovú sieť ďalej zhutňujeme vedľajšími polygónmi, ktoré pripájame na body podrobného polohového bodového poľa. Zakladajú sa hlavne na železničných staniciach, alebo na rozsiahlych železničných zariadeniach. Základné a hlavné železničné polygóny sledujú priebeh železničnej trate. Volia sa, ak je to možné, rovnobežne s osami koľaje, aby ich bolo možné účelne využiť pri projektovaní smerových úprav železničného zvršku. Zvláštne polygóny sa zriaďujú pre špeciálne meračské práce, zvyčajne v osi koľaje.

Polygóny pripájame a orientujeme obojstranne. Len pre polygóny na určenie bodov 3. a 4. triedy presnosti sa výnimočne pripúšťa jednostranná orientácia alebo vložené polygóny. Nepripustné sú zauzlené polygóny. Geometrické parametre a kritériá polygónov sú stanovené v prílohách MN – 1/85 a to podľa tried presnosti, spôsobu pripojenia a základných stredných chýb meraných uhlov a dĺžok. Tab. 6.5 obsahuje ukážku parametrov a kritérií bodov v 3. triede presnosti.



Obr. 6.21. Rozdelenie železničných polygónov

6.4.2 Meranie polygónov

Dĺžky v polygónoch meriame nezávisle dvakrát (protismerne) komparovanými meradlami. Prístroje a pomôcky volíme podľa vyžadovanej základnej strednej chyby meranej dĺžky strany pre 1. až 4. triedu presnosti nasledovne (tab. 6.3):

Prístroje na meranie dĺžok v polygónovej sieti

Tabuľka 6.3

m_s [m]	Prístroj, pomôcky
0,005	elektronický diaľkomer
0,010	elektronický diaľkomer, paralaktická lata
$0,0015\sqrt{s}$	autoredukčný dvojobrazový diaľkomer, paralaktická lata
$0,003\sqrt{s}$	dvojobrazový diaľkomer, pásмо
$0,005\sqrt{s}$	diaľkomer so základňou v prístroji, pásмо

Vrcholové uhly v polygónoch meriame teodolitom, ktorým dosiahneme strednú chybu odmeraného uhla (tab. 6.4):

Teodolity na meranie uhlov v polygónovej sieti

Tabuľka 6.4

m_ω [m]	Počet skupín	Prístroj
7	3	Dvojsekundový teodolit (THEO 010 A) s trojpodstavcovou súpravou
10	2	
20	1	
40	1	Polminutový teodolit (THEO 020 A)
150	1	Minutový teodolit

Uhly a dĺžky v pripojovacom obraze pri nepriamom pripojení polygónu na trvale signalizované body meriame s presnosťou pripojovacej strany a uhla.

Zásady zakladania a merania železničných polygónov

Železničné polygóny pre JŽM prednostne volíme na pevných technických objektoch, alebo stabilizujeme na vhodných miestach tak, aby neboli v budúcnosti zničené.

Súčasťou stabilizácie polygónových bodov je podzemná značka, ktorá musí byť umiestnená na zvislici s povrchovou značkou s presnosťou 5 mm. Ak sa nedá bod stabilizovať podzemnou značkou zriadi sa jeden zaistovací bod.

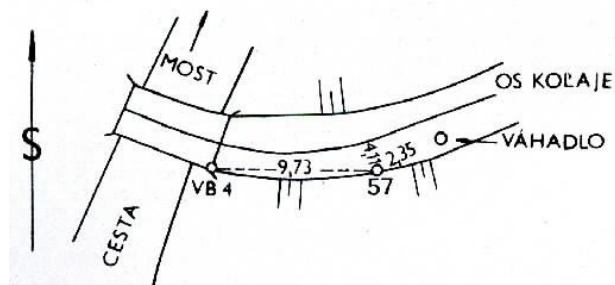
Pri meraní polygónov použijeme diaľkomer so strednou chybou meranej dĺžky m_s v intervale 5 – 10 mm. U všetkých typov polygónov vrcholové uhly meriame dvojsekundovým teodolitom a to v dvoch skupinách u základných polygónov a v jednej skupine u ostatných typov polygónov. Uhly a dĺžky meriame s použitím trojpodstavcovej súpravy. Polygóny na koncových bodoch orientujeme na dva body najmenej rovnakej triedy presnosti ako je samotný polygón.

Na meranie všetkých polygónov v ucelenom úseku sa doporučuje používať jeden diaľkomer (komparovaný jedenkrát ročne na porovnávacej záklani). Ak sa použijú rozdielne typy diaľkomerov, je potrebné obidva diaľkomery porovnať súčasným meraním na jednej dĺžke a v prípade potreby dĺžky druhého prístroja opraviť.

Polohu polygónových bodov zvolíme s najvyššou hospodárnosťou geodetických prác. Body volíme účelne tak, aby dva z nich zaistovali v priamej trati smer osi koľaje a umožnili tak v prípade potreby vypočítať stredový uhol oblúka (uhol dotyčnic). V priamych úsekoch trate umiestňujeme polygónové body spravidla na jednej strane železničného telesa, v staniciach pozdĺž hraníc jednotlivých koľajových skupín.

Sieť ŽP, budovanú pre potreby zamerania polohopisu, volíme tak, aby dĺžka kolmíc u dôležitých zariadení nepresiahla 30 m a u ostatných predmetov merania dĺžku 40 m.

Voľbu polohy ŽP vykonávame aj s ohľadom na bezpečnosť meračskej skupiny pri meraní. ŽP musí byť najmenej vo vzdialenosti 2,60 m od osi koľaje, aby meračský prístroj so stojanom bol mimo prechodového profilu koľaje. Ako už bolo uvedené v kap. 6.1, stabilizácia ŽP musí zodpovedať predpisom o bezpečnosti pri práci na železnici a nesmie narušovať bežné udržiavacie a obnovovacie práce na železničnom zvršku (hlavne strojové čistenie štrku) a činnosť kábelových a iných podzemných vedení.



Body podrobného polohového bodového poľa číslujeme priebežne pre celý traťový úsek od čísla 1, postupne ako vznikajú.

Pre každý polygónový bod vyhotovujeme miestopis, v ktorom uvedieme spôsob jeho stabilizácie a kilometrickú polohu vzhľadom k trati a podľa potreby i vzdialenosti k pevným objektom (obr. 6.22).

Obr. 6.22. Miestopis polygónového bodu

6.4.3 Pramene chýb pri meraní polygónov

Na presnosť určenia polohy polygónových bodov majú vplyv: presnosť súradníc bodov, na ktoré pripájame a orientujeme polygón, správnosť orientačných uhlov na začiatku a konci polygónu, chyby pri meraní vrcholových uhlov a chyby pri meraní dĺžok polygónových strán.

Presnosť bodov, na ktoré pripájame a orientujeme polygón, determinuje, či sa bude jednať o hlavný alebo vedľajší polygón.

K deformácii polygónu môže prispieť nesprávne určenie orientačných uhlov. V praxi je prijatá zásada (ak je to možné) vykonať orientáciu polygónu na dva polohovo určené body. Ak sa orientácia polygónu vykoná na dočasne signalizovaný bod (trojboká pyramída, meračská veža atď.), je bezpodmienečne nutné zistiť excentricitu signálu a vypočítať centračnú zmenu orientačného uhla δ_c podľa rovnice (6.9).

Meranie vrcholových uhlov metódou v skupinách, ako aj opakované meranie dĺžok polygónových strán, dáva primeranú záruku, že uhly a dĺžky odmeriame s presnosťou vymedzenou požiadavkami 984 121 I/93. Skutočná hodnota odmeraných uhlov a dĺžok závisí ešte od presnosti centrácie prístroja a cieľových značiek na vrcholoch polygónu.

Vplyv excentricity prístroja a cieľa – sme si ukázali v kap. 4.52.

Pri centrovaní prístroja závesom olovnice s presnosťou ± 5 mm maximálny účinok excentricity prístroja na uhol ω podľa rovnice (4.14) pri $s = 50, 100$ a 150 m bude:

$$\Delta\omega_{50}^{cc} = 2 \frac{5}{50000} 636620 = 127^{cc}; \quad \Delta\omega_{100}^{cc} = 64^{cc}; \quad \Delta\omega_{150}^{cc} = 42^{cc}. \quad (6.29)$$

Ak by sme chceli určiť uhol s rovnakou presnosťou pri $s = 50$ m ako pri $s = 100$ m, potrebovali by sme dvakrát tak presne centrovať prístroj, tj. na $\pm 2,5$ mm.

Analogicky platí, že so skracovaním dĺžky zámery treba zvyšovať pozornosť centrácii cieľa. Pri použití výtyčky ako signálu, zvislé postavenie výtyčky kontrolujeme hlavne v smere strán a cieľime, pokiaľ je to možné, na hrot výtyčky. Najúčinnším prostriedkom na vylúčenie excentricity prístroja a cieľa je použitie závislej centrácie. Postup merania pri využití závislej centrácie je uvedený v kap. 4.52.

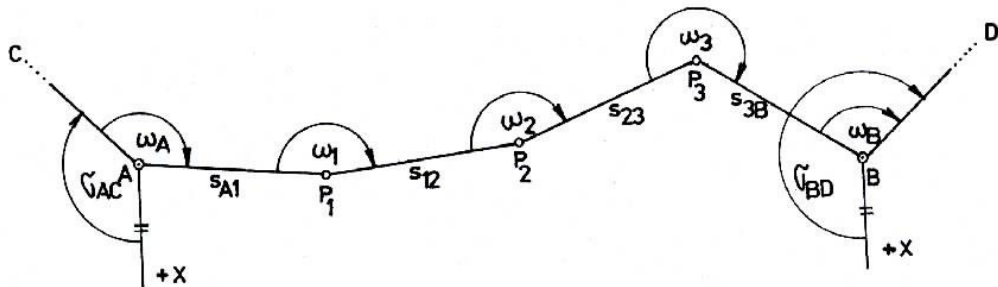
6.4.4 Výpočet polygónov

Pri výpočte súradníc bodov polygónu vykonáme aj jeho vyrovnanie, tj. odstraňujeme malé odchýlky, ktoré znemožňujú presné zapadnutie polygónu medzi pripojovacie body.

Súčasťou výpočtových prác je overenie presnosti určenia bodov. Vykoná sa porovnaním dosiahnutých výsledkov s geometrickými parametrami a kritériami (tab. 6.5).

6.4.4.1 Obojstranne pripojený a orientovaný polygón

U obojstranne pripojeného a orientovaného polygónu (obr. 6.23) sú dané súradnice pripojovacích bodov $A(y_A, x_A)$ a $B(y_B, x_B)$ súradnice ďalších dvoch bodov $C(y_C, x_C)$, $D(y_D, x_D)$, na ktoré orientujeme polygón. Súradnice orientačných bodov môžeme nahradiť smerníkmi σ_{AC} a σ_{BD} . Polygón je určený odmeranými ľavostrannými vrcholovými uhlami $\omega_A, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_B$ a dĺžkami strán $s_{A1}, s_{12}, s_{23}, s_{3B}$. Počítame vyrovnané súradnice bodov $P_1(y_1, x_1)$, $P_2(y_2, x_2)$ a $P_3(y_3, x_3)$.



Obr. 6.23. Obojstranne pripojený a orientovaný polygón

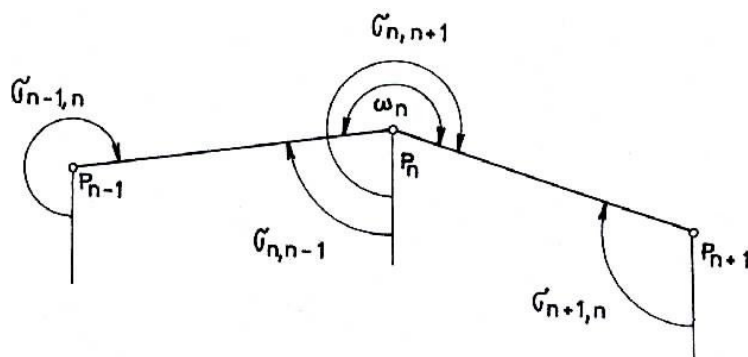
Polygón vyrovnáme a počítame v dvoch etapách. Najprv vyrovnáme uhly a vypočítame smerníky polygónových strán, potom nasleduje výpočet súradnicových prírastkov s vyrovnaním a výpočet vyrovnaných súradníc bodov polygónu. Uvedený postup vyrovňania polygónu označujeme ako približné vyrovnanie. Polygóny s určením súradníc bodov v 1. a 2. triede presnosti vyrovňavame metódou najmenších štvorcov.

Približné vyrovnanie a výpočet polygónu:

1. Ak na začiatku a konci polygónu nie sú dané smerníky σ_{AC} , σ_{BD} , vypočítame ich zo súradníc y a x bodov A, C a B, D:

$$\sigma_{AC} = \arctg \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}; \quad \sigma_{BD} = \arctg \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B}. \quad (6.30)$$

2. Výpočet smerníkov strán polygónu uskutočníme podľa pravidla vyplývajúceho z obr. 6.24. Smerník strany polygónu určíme tak, keď ku smerníku predchádzajúcej strany pripočítame ľavostranný vrcholový uhol a súčet zmenšíme o 200^g (180°).



Obr. 6.24. Výpočet smerníkov strán polygónu

$$\text{Napri.: } \sigma'_{n,(n+1)} = \sigma'_{n,(n-1)} + \omega'_n = \sigma'_{(n-1),n} + \omega'_n - 200^g. \quad (6.31)$$

V rovnici (6.31) a aj ďalej nevyrovnané smerníky, uhly a súradnicové prírastky označíme s čiarkou ($\sigma', \omega', \Delta y', \Delta x'$). Podľa pravidla (6.31) určíme všetky nevyrovnané smerníky strán znázorneného na obr. 6.23:

$$\begin{aligned}\sigma'_{A1} &= \sigma_{AC} + \omega'_A \\ \sigma'_{12} &= \sigma'_{A1} + \omega'_1 - 200^g \\ &\vdots \\ \sigma'_{BD} &= \sigma'_{3B} + \omega'_B - 200^g .\end{aligned}\tag{6.32}$$

Sústavu rovníc (6.32) spočítame a dostaneme:

$$\sigma'_{BD} = \sigma_{AC} + [\omega'] - (n-1)200^g .\tag{6.33}$$

Rovnicou (6.33) sme vypočítali nevyrovnaný orientačný smerník σ'_{BD} . n v rovnici (6.33) označuje počet vrcholov polygónu.

Rozdiel smerníkov $\sigma_{BD} - \sigma'_{BD}$ je uhlový uzáver polygónu O_ω , ktorý určíme podľa rovnice (6.33):

$$O_\omega = (\sigma_{BD} - \sigma_{AC}) - \left(\sum \omega' - (n-1)200^g \right) .\tag{6.34}$$

Uhlový uzáver O_ω je citlivou skúškou presnosti merania vrcholových uhlov. Pred vyrovnaním uhlov overujeme, či veľkosť uhlového uzáveru neprekračuje krajný uhlový uzáver $\Delta\omega$. Hodnoty krajných uhlových uzáverov sú uvedené v tab. 6.5.

Ak platí $|O_\omega| < \Delta\omega$, uhlový uzáver O_ω rozdelíme rovnomerne na jednotlivé vrcholové uhly, tj. ku každému uhlu pridáme opravu:

$$v_\omega = \frac{O_\omega}{n} .\tag{6.35}$$

Opravy v_ω sa zaokrúhľujú na celé sekundy tak, aby platilo: $\sum v_\omega = O_\omega$. Opravy sa pripoja k meraným vrcholovým uhlom, čím dostaneme vyrovnané uhly $\omega = \omega' + v_\omega$, pomocou ktorých odvodíme opravené smerníky všetkých strán postupným výpočtom podľa rovníc (6.32):

$$\begin{aligned}\sigma_{A1} &= \sigma_{AC} + \omega_A \\ \sigma_{12} &= \sigma_{A1} + \omega_1 - 200^g \\ &\vdots \\ \sigma_{BD} &= \sigma_{3B} + \omega_B - 200^g .\end{aligned}\tag{6.36}$$

Výpočtom rovníc (6.36) je uhlové vyrovnanie ukončené a hodnota smerníka σ_{BD} z rovnice (6.36) musí byť zhodná s vypočítanou hodnotou tohoto smerníka zo súradníc.

3. Ďalším krokom pri výpočte polygónu je výpočet nevyrovnaných súradnicových rozdielov, z vyrovnaných smerníkov a meraných dĺžok strán. Nevyrovnané súradnicové rozdiely $\Delta y'$ a $\Delta x'$ vypočítame z rovníc:

$$\begin{aligned}\Delta y'_{A1} &= y'_1 - y_A = s_{A1} \sin \sigma_{A1} ; & \Delta x'_{A1} &= x'_1 - x_A = s_{A1} \cos \sigma_{A1} \\ \Delta y'_{12} &= y'_2 - y'_1 = s_{12} \sin \sigma_{12} ; & \Delta x'_{12} &= x'_2 - x'_1 = s_{12} \cos \sigma_{12} \\ &\vdots & &\end{aligned}\tag{6.37}$$

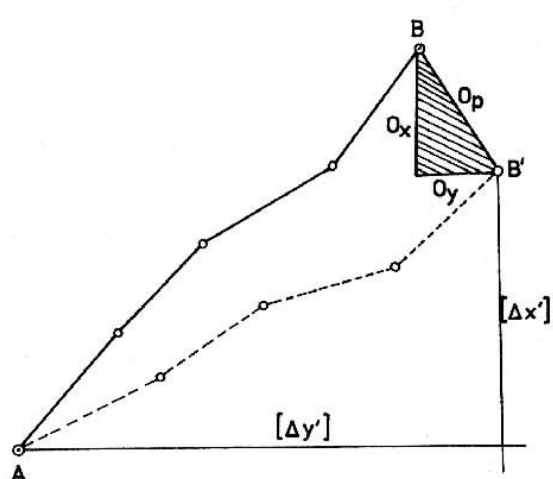
$$\Delta y'_{3B} = y_B - y'_3 = s_{3B} \sin \sigma_{3B};$$

$$\Delta x'_{3B} = x_B - x'_3 = s_{3B} \cos \sigma_{3B}$$

$$\sum \Delta y' = y_B - y_A = \sum s \sin \sigma; \quad \sum \Delta x' = x_B - x_A = \sum s \cos \sigma. \quad (6.38)$$

Znamienka súradnicových rozdielov sa riadia podľa veľkosti smerníka σ (v ktorom kvadrante sa nachádza príslušná polygómová strana).

4. Rovnice (6.38) predstavujú podmienkové rovnice súradnicového vyrovnania polygónu. Vplyvom nevyhnutných meračských chýb nebudú splnené a z nich vypočítame uzávery polygónu O_y a O_x (obr. 6.25):



$$\begin{aligned} O_y &= y_B - y_A - [\Delta y']; \\ O_x &= x_B - x_A - [\Delta x']. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Súradnicové uzávery O_y a O_x poskytujú kontrolu merania polygónu, hlavne merania dĺžok. Veľkosti súradnicových uzáverov posúdime podľa polohového uzáveru polygónu, vypočítaného z rovnice:

$$O_p = \sqrt{O_y^2 + O_x^2} \quad (6.40)$$

a jeho porovnaním s krajným polohovým uzáverom. Hodnoty krajných polohových uzáverov sú uvedené v tab. 6.5.

Obr. 6.25. Geometrický význam súradnicových uzáverov O_y a O_x .

V tab. 6.5 $\sum s$ je súčet dĺžok strán v polygóne a vyjadruje sa v metroch.

V prípade, keď $O_p > \Delta_p$, predpokladáme, že v určujúcich prvkoch je hrubá chyba, ktorú musíme identifikovať. Zvyčajne je v meraných dĺžkach. Keď $O_p < \Delta_p$, polygón vyrovnáme tak, že súradnicové uzávery O_y a O_x rozdelíme úmerne absolútnym hodnotám vypočítaných súradnicových rozdielov podľa vzťahov:

$$v_{y(n-1),n} = \frac{O_y}{\sum |\Delta y'|} |\Delta y'_{(n-1),n}| \quad \text{a} \quad v_{x(n-1),n} = \frac{O_x}{\sum |\Delta x'|} |\Delta x'_{(n-1),n}| \quad (6.41)$$

Opravy k súradnicovým rozdielom sa vypočítajú spravidla na centimetre, pričom ich zaokrúľujeme tak, aby platilo $\sum v_y = O_y$ a $\sum v_x = O_x$.

Pripočítaním opráv v_y a v_x k nevyrovnaným súradnicovým rozdielom $\Delta y'$ a $\Delta x'$ dostaneme vyrovnané súradnicové rozdiely Δy a Δx .

7 Výpočet vyrovnaných súradníc polygómových bodov vykonáme postupným výpočtom súradníc od bodu A cez novourčené body P_i až po bod B, v ktorom vypočítané súradnice bodu B musia sa presne zhodovať s danými súradnicami:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_A + s_{A1} \sin \sigma_{A1} + v_{yA1} = y_A + \Delta y_{A1}; \quad x_1 = x_A + s_{A1} \cos \sigma_{A1} + v_{xA1} = x_A + \Delta x_{A1}, \\ y_2 &= y_1 + s_{12} \sin \sigma_{12} + v_{y12} = y_1 + \Delta y_{12}; \quad x_2 = x_1 + s_{12} \cos \sigma_{12} + v_{x12} = x_1 + \Delta x_{12}, \\ &\vdots \\ y_B &= y_3 + s_{3B} \sin \sigma_{3B} + v_{y3B} = y_3 + \Delta y_{3B}; \quad x_B = x_3 + s_{3B} \cos \sigma_{3B} + v_{x3B} = x_3 + \Delta x_{3B}. \end{aligned} \quad (6.42)$$

Na str. 146 v tab. 6.5 sú uvedené kritériá presnosti polygónov v 3. triede presnosti. Polygón počítame vo vhodne upravenom formulári, ako je to vidieť v príklade na str. 147. Ďalej je uvedený výpočet toho istého polygónu na PC.

Geometrické parametre a kritéria presnosti polygónov

Polygónové body 3. triedy presnosti ($m_{xy} = 0,06 \text{ m}$)

Tabuľka 6.5

tabuľka 6.2

Druh polygónu (prípádne body)	Geometrické parametre						Kritéria presnosti					
	Krajná dĺžka strany [m]	susedných strán	strán v polygone	vybočenie polygónu	Maximálne			uzáveru polygónu			meraných prvkov	
					odklon od strany od AB	počet vrcholov	súčet dĺžok strán	Krajná odchýlka		Zákl. stredná chyba	Krajný rozdiel z dvoch meraní strany [m]	
								[g]	[km]			uhlová [cc]
Hlavný (bodové pole základ. a podr. 1. triedy)	200 až 1500	1:3	1:5	$0,4 s_{AB}$	50	12	5,0	$25 \sqrt{n+2}$	$0,0025 \sqrt{s} + 0,04$	10	0,01	0,04
	60 až 400	1:3	1:5	$0,4 s_{AB}$	50	36	3,5	$25 \sqrt{n+2}$	$0,004 \sqrt{s} + 0,04$	10	0,01	0,04
		1:3	1:5		50	30	2,8	$50 \sqrt{n+0,5}$	$0,006 \sqrt{s} + 0,04$	20	$0,0015 \sqrt{s}$	$0,006 \sqrt{s}$
		1:3	1:5		50	24	2,2	$100 \sqrt{n+0,125}$	$0,009 \sqrt{s} + 0,04$	40	$0,0015 \sqrt{s}$	$0,006 \sqrt{s}$
		1:3	1:5		50	20	1,8	$100 \sqrt{n+0,125}$	$0,010 \sqrt{s} + 0,04$	40	$0,003 \sqrt{s}$	$0,012 \sqrt{s}$
Vedľajší	60 až 400 jedna str. 50-60	1:3	1:5	$0,4 s_{AB}$	60	20	1,3	$25 \sqrt{n+32}$	$0,005 \sqrt{s} + 0,10$	10	0,01	0,04
		1:3	1:5		60	18	1,1	$100 \sqrt{n+3}$	$0,009 \sqrt{s} + 0,10$	40	$0,0015 \sqrt{s}$	$0,006 \sqrt{s}$
		1:3	1:5		60	15	1,0	$100 \sqrt{n+3}$	$0,010 \sqrt{s} + 0,10$	40	$0,003 \sqrt{s}$	$0,012 \sqrt{s}$

VÝPOČET SÚRADNÍC BODOV POLYGÓNU

[illegible]

OBOJSTRANNE PRIPOJENÝ A ORIENTOVANÝ POLYGÓN

DANÉ ÚDAJE

Č.BODU	Y	X	SMERNÍK	UHOL	STRANA
32	0.000	0.000	127.75700	=SIGMA 15-	32
15	406583.690	1288781.110		237.48859	116.138
524				211.48528	115.241
525				141.53550	132.880
526				182.68618	126.091
16	406228.500	1289027.410		180.90244	
4	0.000	0.000	281.86800	=SIGMA 16-	4

SÚRADNICE POLYGÓNOVÝCH BODOV

15	406583.690	1288781.110	365.24760	237.48930	116.110
524	406523.392	1288880.321	376.73520	211.48630	115.190
525	406482.216	1288987.878	318.27330	141.53680	132.930
526	406354.690	1289025.503	300.96240	182.68780	126.170
16	406228.500	1289027.410	281.86800	180.90430	

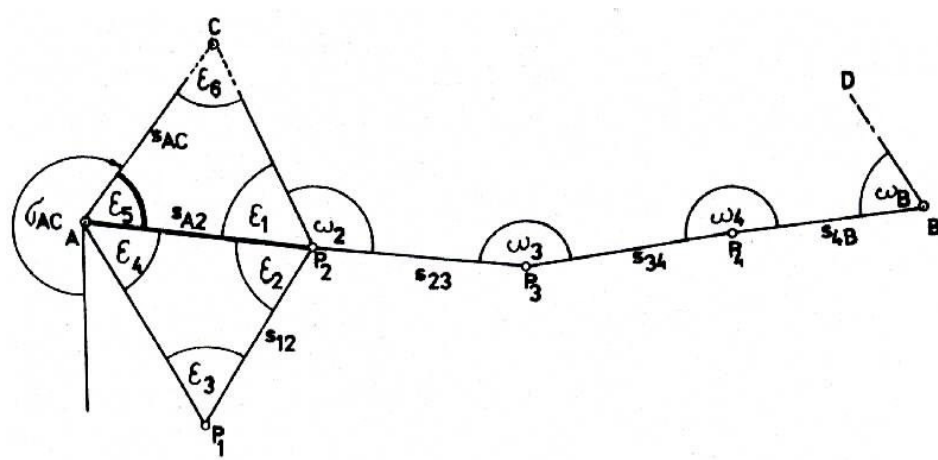
SUMA S= 490.400

TABULKA KRITÉRIÍ PRE POLYGÓNY 3. TRIEDY PRESNOSTI

	UZPVER	KRITÉRIUM
OMEGA V [GR]	0.00650	0.00559 ZÁKLADNÝ POLYGÓN 0.02475 HLAVNÝ A VEDĽAJŠÍ POLYGÓN
OY V [M]	-0.097	
OX V [M]	-0.060	
OP V [M]	0.114	0.020 ZÁKLADNÝ POLYGÓN 0.261 HLAVNÝ A VEDĽAJŠÍ POLYGÓN 0.262

6.4.4.2 Pripojenie polygónu na neprístupný bod

Nepriamo pripojený polygón je vtedy, ak jeden alebo obidva koncové body polygónu sú trvale signalizované body bodového poľa, na ktorých nemôžeme merať orientačné uhly, ani posledné strany (veža kostola, továrenský komín, stožiar a pod.) (obr. 6.26). Uhlové a dĺžkové pripojenie sa zakladá na riešení pripojovacieho obrazca ACP_2P_1 . Z pripojovacieho trojuholníka AP_2P_1 vypočítame strany s_{A2} a z trojuholníka ACP_2 orientačný uhol ε_5 .



Obr. 6.26. Pripojenie polygónu na neprístupný bod

Na výpočet pripojovacích prvkov musia byť dané súradnice bodov $A(y_A, x_A)$ a $C(y_C, x_C)$. Bod P_2 sa volí tak, aby z neho bolo možné odmerať uhol ε_1 medzi súradnicovo určenými bodmi A a C . Ďalej v pripojovacom obraze odmeráme uhly $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ a dĺžku strany s_{12} . Na určenie dĺžky s_{A2} je pre kontrolu vhodné voliť dva pripojovacie trojuholníky.

Zo sínusovej vety v trojuholníku AP_2P_1 vypočítame dĺžku s_{A2} :

$$s_{A2} = s_{12} \frac{\sin \varepsilon_3}{\sin(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)} . \quad (6.43)$$

Na určenie orientačného uhla ε_5 vypočítame dĺžku s_{AC} :

$$s_{AC} = \frac{y_C - y_A}{\sin \sigma_{AC}} = \frac{x_C - x_A}{\cos \sigma_{AC}} , \quad (6.44)$$

$$\sigma_{AC} = \arctg \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} . \quad (6.45)$$

Dĺžka s_{AC} sa použije na výpočet uhla ε_6 v rovnici:

$$\sin \varepsilon_6 = \sin \varepsilon_1 \frac{s_{A2}}{s_{AC}} \quad \text{a} \quad (6.46)$$

hľadaný orientačný uhol určíme zo vzťahu:

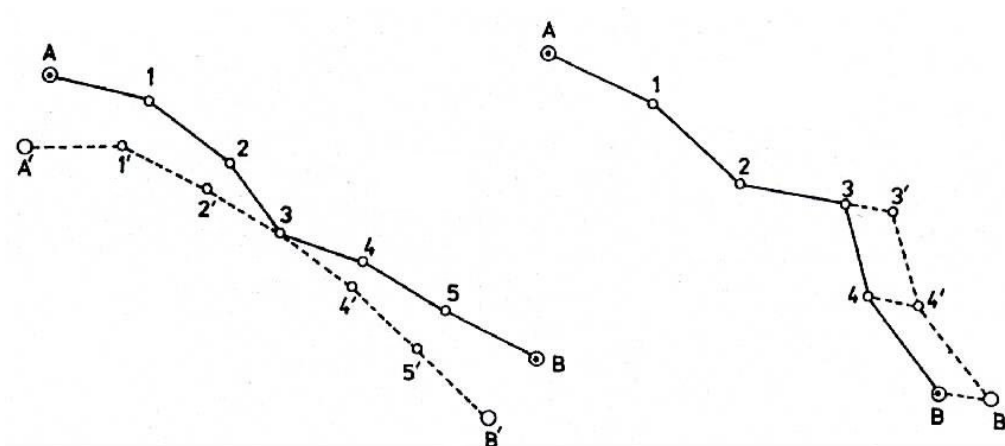
$$\varepsilon_5 = 200^g - (\varepsilon_1 + \varepsilon_6) . \quad (6.47)$$

Určením pripojovacej strany a orientačného uhla sme dostali obojstranne pripojený a orientovaný polygón.

6.4.4.3 Vyhľadanie hrubých chýb v obojstranne pripojenom polygóne

Pri nesplnení kritéria pre uhlový alebo polohový uzáver predpokladáme, že meranie je zaťažené hrubou chybou. Hrubú chybu v meranom uhle alebo dĺžke môžeme zistiť iba vtedy, keď sa jedná len o jednu hrubú chybu v uhle alebo dĺžke a hodnoty hrubých chýb majú výraznú hodnotu. Ak napr. $O_\omega = 0,0528^g$ a $\Delta_\omega = 0,0316^g$, meranie uhlov je tiež zaťažené hrubou chybou, ale túto chybu nenájde, pretože jej prejav nebude možné rozlíšiť. Analogicky to bude platiť aj pri malom prekročení krajného polohového uzáveru.

Hrubá chyba v niektorom vrcholovom uhle sa zistí tak, že polygón prepočítame v oboch smeroch, t.j. z bodu A do bodu B a z bodu B do bodu A . Hrubou chybou bude zaťažený ten vrcholový uhol, v ktorom určené súradnice z oboch smerov vypočítaného polygónu budú približne rovnaké (obr. 6.27 vľavo).



Obr. 6.27. Vyhľadanie hrubých chýb v polygóne

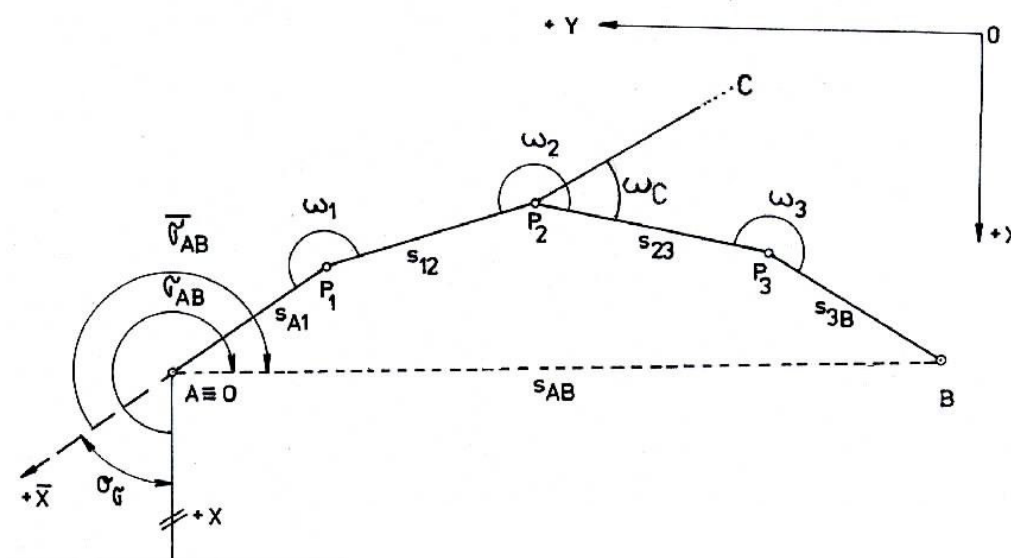
Hrubá chyba v dĺžke polygórovej strany vyvolá posun všetkých bodov, počínajúc od strany, v ktorej sa urobila chyba (obr. 6.27 vpravo). Chybu zistíme tak, že vypočítame smerník spojnice BB' a porovnáme ho so všetkými smerníkmi. Hrubá chyba je v tej dĺžke strany, ktorej smerník je približne zhodný s vypočítaným smerníkom $\sigma_{BB'}$. V prípadoch, kedy sú rovnaké smerníky viacerých strán (napr. pri vedení ŽP rovnobežne s osou koľaje), nedostaneme jednoznačné lokalizovanie hrubej chyby. Vtedy vymedzíme aspoň rozsah kontrolného premerania dĺžok v polygóne.

6.4.4.4 Výpočet vloženého polygónu

Vložený (votknutý) polygón, o viacej ako dvoch stranách, sa môže použiť na určenie bodov 3. a 4. triedy presnosti. Podmienkou jeho použitia je určenie kontrolnej orientácie na jednom bode polygónu (4. trieda presnosti) resp. na dvoch bodoch polygónu (3. trieda presnosti). Krajná odchýlka medzi orientačným smerom vypočítaným z vyrovnaných súradníc polygónu a odmeraným orientačným smerom je $80''$. Vloženým polygónom o dvoch stranách sa určujú body 2. až 4. triedy presnosti.

S ohľadom na to, že vo vloženom polygóne sa nemerajú orientačné uhly, nemôžeme vypočítať uhlový uzáver a posúdiť správnosť vodorovných uhlov.

Na výpočet vloženého polygónu sú dané súradnice počiatočného bodu $A(y_A, x_A)$ a koncového bodu $B(y_B, x_B)$, odmerané uhly $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, a dĺžky strán s_{A1}, s_{12}, s_{23} a s_{3B} . Výpočet uskutočníme v ľubovoľnom súradnicovom systéme, v ktorom vypočítame daný polygón (obr. 6.28).



Obr. 6.28. Vložený polygón

Súradnicový systém je vhodné zvoliť tak, aby sa počiatok systému napr. stotožnil s východiskovým bodom $A(y = 0, x = 0)$ a smer kladnej osi \bar{X} bol na polpriamke $\overrightarrow{P_1A}$. Smerník strany s_{A1} je potom $\bar{\sigma}_{A1} = 200^g$, z ktorého odvodíme pomocou uhlov ω ostatné smerníky strán. V niektorých prípadoch môže byť vhodné, keď orientáciu pomocného súradnicového systému zvolíme podľa odhadnutej veľkosti smerníka prvej strany.

Z vypočítaných smerníkov $\bar{\sigma}$ a odmeraných dĺžok strán vypočítame súradnice bodu B vo zvolenom súradnicovom systéme, ktoré budú mať hodnotu:

$$\bar{y}_B = \sum \Delta \bar{y} ; \quad \bar{x}_B = \sum \Delta \bar{x} . \quad (6.48)$$

Smerník a dĺžku medzi bodmi AB vypočítame z daných súradníc a zo súradníc vo zvolenom súradnicovom systéme:

$$\sigma_{AB} = \arctg \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} ; \quad s_{AB} = \frac{y_B - y_A}{\sin \sigma_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos \sigma_{AB}} . \quad (6.49)$$

$$\bar{\sigma}_{AB} = \arctg \frac{\sum \Delta \bar{y}}{\sum \Delta \bar{x}} ; \quad \bar{s}_{AB} = \frac{\sum \Delta \bar{y}}{\sin \bar{\sigma}_{AB}} = \frac{\sum \Delta \bar{x}}{\cos \bar{\sigma}_{AB}} . \quad (6.50)$$

Orientačný uhol O_σ medzi súradnicovým systémom S-JTSK a zvoleným systémom dostaneme z rozdielu smerníkov:

$$O_\sigma = \sigma_{AB} - \bar{\sigma}_{AB} . \quad (6.51)$$

V ďalšom výpočte o túto uhlovú hodnotu algebraicky opravíme všetky smerníky $\bar{\sigma}$:

$$\sigma_{A1} = \bar{\sigma}_{A1} + O_\sigma , \quad \sigma_{12} = \bar{\sigma}_{12} + O_\sigma \text{ atď.}$$

Dĺžková odchýlka nám v tomto prípade predstavuje polohový uzáver

$$O_p = s_{AB} - \bar{s}_{AB} , \quad (6.52)$$

ktorý porovnáme s krajným polohovým uzáverom pre polygóny príslušnej triedy presnosti (tab. 6.5). Keď $|O_p| < 4_p$, vypočítame súradnicové rozdiely a z nich súradnicové uzávery O_y a O_x , ktoré sa rozdelia úmerne veľkostiam jednotlivých súradnicových rozdielov. Napokon musí platiť $\omega_c - \bar{\omega}_c \leq 80''$, keď $\bar{\omega}_c = \sigma_{23} - \sigma_{2C}$ (obr. 6.28).

6.4.4.5 Výpočet uzavretých polygónov

Inštrukcia 984 121 I/93 neuvažuje so zhusťovaním bodového poľa uzavretými polygónmi. Používame ich vo zvláštnych prípadoch, na tvorbu projekčných podkladov lokálneho významu v 4. triede presnosti.

Uzavretý pripojený a orientovaný polygón (obr. 6.29a) sa počíta rovnakým postupom ako obojstranne pripojený a orientovaný polygón. Začína a končí na pripojovacom bode A. Kontrolu orientácie uzavretého polygónu zaistíme voľbou dvoch orientačných bodov (body C a D).

Pri voľnom uzavretom polygóne, (obr. 6.29b) súradnice polygónových bodov počítame v ľubovoľne zvolenom súradnicovom systéme. Súradnicový systém spravidla zvolíme tak, aby všetky súradnice polygónových bodov boli kladné (nachádzali sa v I. kvadrante). Za počiatok súradnicového systému môžeme zvoliť ktorýkoľvek polygónový bod, alebo môžeme súradnicový systém posunúť. Vhodné je, keď smer kladnej osi \bar{X} je zhodný alebo rovnobežný s najdlhšou polygónovou stranou.

V uzavretom polygóne meriame všetky uhly a dĺžky. Preurčenie polygónového obrazca nadbytočnými odmeranými prvkami umožňuje vyrovnať uhlový uzáver O_ω a súradnicové uzávery O_y a O_x .

Vrcholové uhly vyrovnáme na podklade podmienky o súčte uhlov v mnohouholníku, pre uhlový uzáver platí:

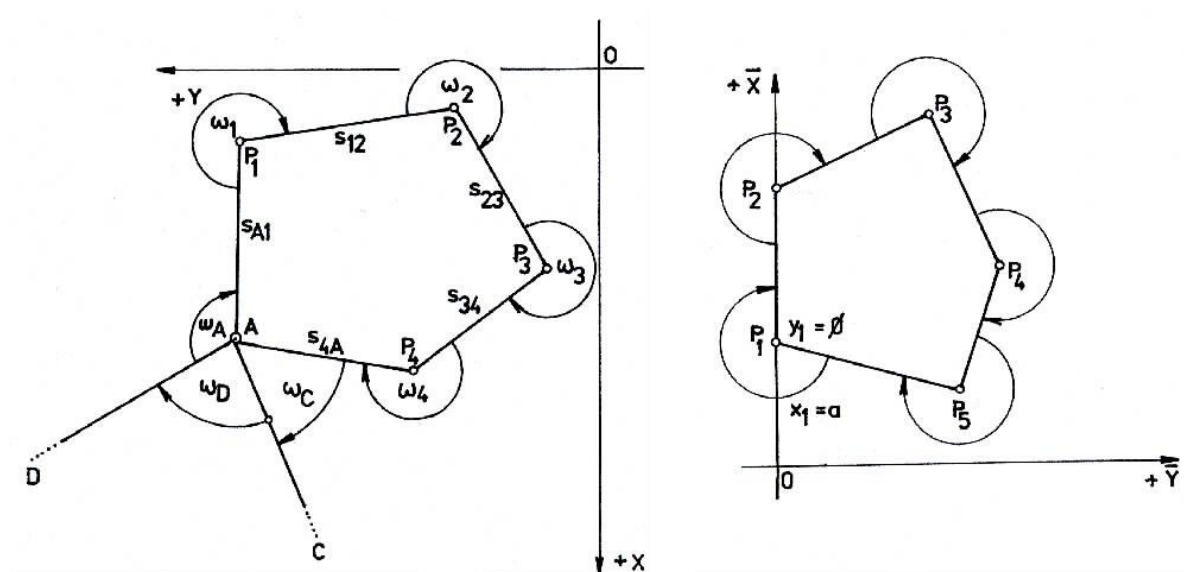
$$O_\omega = (n - 2)200^g - \sum \omega' , \quad (6.53)$$

pre prípad meraných vonkajších uhlov:

$$O_\omega = (n + 2)200^g - \sum \omega' . \quad (6.54)$$

V rovniciach $[\omega']$ je súčet meraných uhlov. Veľkosť uhlového uzáveru porovnáme s krajným uhlovým uzáverom pre vedľajšie polygóny (tab. 6.5). Po uhlovom vyrovnaní a výpočte smerníkov vyčíslime všetky súradnicové rozdiely. Keďže uzavretý polygón začína a končí na rovnakom bode, o súradnicových uzáveroch O_y a O_x platí:

$$O_y = -\sum \Delta y \quad \text{a} \quad O_x = -\sum \Delta x . \quad (6.55)$$



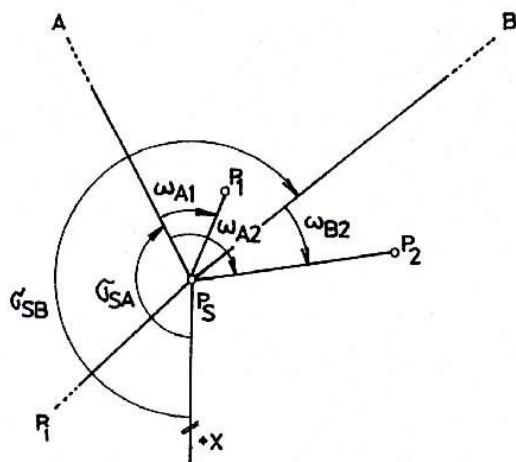
Obr. 6.29. Uzavreté polygóny

Polohový uzáver $O_p = \sqrt{O_y^2 + O_x^2}$ porovnáme s krajnými polohovým uzáverom pre vedľajšie polygóny (tab. 6.5). Ak $O_p < \Delta p$, rozdelíme súradnicové uzávery podľa rovnice (6.41) na jednotlivé súradnicové rozdiely a vypočítame súradnice uzavretého polygónu.

Pri výpočte súradníc uzavretého polygónu neposkytujú súradnicové uzávery (6.55) kontrolu rozmeru uzavretého obrazca. Priaznivé súradnicové uzávery docielime i pri použití meradiel (dialkometerov), ktoré sú zaťažené účinkami systematických chýb pri meraní dĺžok. Preto pri meraní uzavretého polygónu treba zvlášť svedomito vylučovať systematické chyby v meraných dĺžkach.

6.4.4.6 Určovanie súradníc bodov podrobného polohového bodového poľa polárnou (rajónovou) metódou

Polárnou metódou určujeme body podrobného polohového bodového poľa vtedy, keď na meranie určujúcich prvkov je k dispozícii vhodný teodolit a elektronický dialkometer (alebo elektronický teodolit).



Obr. 6.30. Zhustenie podrobného polohového bodového poľa polárnou (rajónovou) metódou

Súradnice bodov P_1, P_2, \dots, P_i , určíme zo súradníc dominantne v teréne postaveného bodu základného polohového poľa $P_s (y_s, x_s)$. Smerníky strán $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \dots, \sigma_{si}$ odvodíme z odmeranej

osnovy smerov na orientačné body (A, B, \dots) a určované body (P_1, P_2, \dots, P_i), a orientačných smerníkov $\sigma_{SA}, \sigma_{SB}, \dots$ (obr. 6.30). Dĺžky strán odmeriame elektronickým diaľkomerom a do výpočtu zaradíme po príslušných fyzikálnych a matematických opravách.

Súradnice bodov P_1, P_2, \dots, P_i určíme z rovníc:

$$y_i = y_S + s_{Si} \sin \sigma_{Si} \quad x_i = x_S + s_{Si} \cos \sigma_{Si} , \quad (6.56)$$

keď smerníky σ_{Si} sú určené z rovníc:

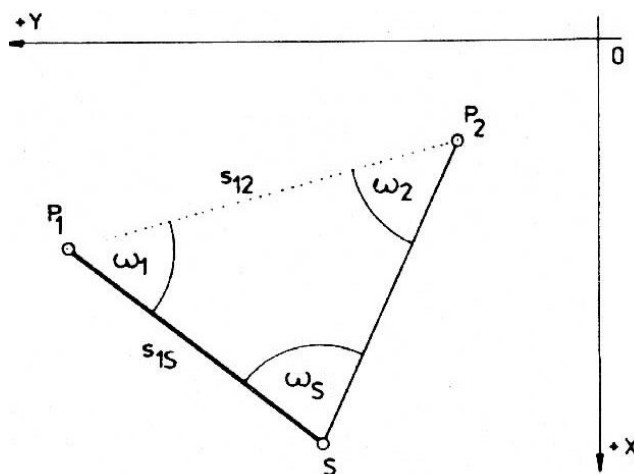
$$\begin{aligned} \sigma_{Si} &= \sigma_{SA} + \omega_{Ai} = \sigma_{SB} + \omega_{Bi} = \dots \\ &\vdots \\ \sigma_{Si} &= \sigma_{SA} + \omega_{Ai} = \sigma_{SB} + \omega_{Bi} = \dots \end{aligned} \quad (6.57)$$

Polárnou metódou môžeme s vyhovujúcou presnosťou určovať body podrobného polohového bodového poľa aj do vzdialenosti niekoľkých kilometrov a to v 1. až 4. triede presnosti.

6.4.4.7 Metóda prechodného stanoviska

Súradnice stanoviska merania môžeme určiť v 1. až 4. triede presnosti metódou prechodného stanoviska (rajón s orientáciou na určovanom bode).

Na stanovisku S meriame uhol ω_S medzi dvoma súradnicovo určenými bodmi a dĺžku s_{1S} po jeden súradnicovo známy bod (obr. 6.31). Zo súradníc bodov P_1 a P_2 vypočítame dĺžku s_{12} a smerník σ_{12} . Sínusovou vetou vypočítame uhol ω_2 :



Obr. 6.31 Metóda prechodného stanoviska

$$\sin \omega_2 = \sin \omega_S \frac{s_{1S}}{s_{12}} \quad (6.58)$$

a smerník σ_{1S} :

$$\sigma_{1S} = \sigma_{12} + \omega_1 , \quad (6.59)$$

kde $\omega_1 = 200^g - (\omega_2 + \omega_S)$

$$y_S = y_1 + s_{1S} \sin \sigma_{1S} \quad (6.60)$$

$$x_S = x_1 + s_{1S} \cos \sigma_{1S} .$$

Metóda prechodného stanoviska sa používa hlavne na zhusťovanie bodového poľa pre účely mapovania a vytyčovania. Rovnako ako pri trigonometrickom zhusťovaní bodového poľa, polohu

prechodného stanoviska určujeme z nadbytočne odmeraných prvkov na viac ako dva súradnicovo známe body. Niektoré elektronické teodolity (napr. TPS System 1000) majú vo svojom vybavení aplikačný program prechodné stanovisko.

6.45 Trojuholníkové reťazce

Bodové pole účelne tiež zhustíme trojuholníkovými reťazcami v 2. a 3. triede presnosti. Trojuholníkové reťazce, u ktorých sa merajú všetky uhly, sa nazývajú trigonometrické reťazce. Reťazce, u ktorých sa merajú všetky dĺžky, sú trilaterálne reťazce. U trojuholníkového reťazca jedným postupom merania a vyrovňania dostaneme dva polygóny. Zhusťovanie bodového poľa trojuholníkovými reťazcami sa využíva hlavne pozdĺž líniových stavieb a pri budovaní vytyčovacích sietí. Na podklade rozborov presnosti trojuholníkových reťazcov sa odporúča voliť približne rovnostranné trojuholníky.

Vyrovnanie trojuholníkových reťazcov pri náročných prácach na presnosť vykonávame podľa zásad vyrovňania metódou najmenších štvorcov a to pozorovaniami sprostredkujúcimi alebo závislými (kap. 3.7). Charakter podmienkových rovníc závisí od určenia trojuholníkového reťazca. Zostavenie podmienkových rovníc si ukážeme na príklade.

Dané sú súradnice pripojovacích bodov $A(y_A, x_A)$, $B(y_B, x_B)$ a súradnice orientačných bodov $C(y_C, x_C)$, $D(y_D, x_D)$. Odmerané sú dĺžky základníc z_1 , z_2 a uhly (1) až (15) a pripojovacie uhly ω_A a ω_B (obr. 6.32). Aby tento trojuholníkový reťazec presne zapadol medzi dané body A a B , bude mať nasledovné podmienkové rovnice:

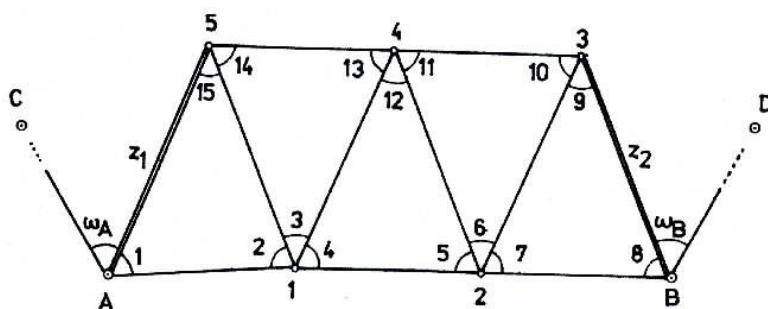
1. päť uhlových podmienkových rovníc:

$$\begin{aligned} (1) + (2) + (15) - 200^\circ &= 0, \\ (3) + (13) + (14) - 200^\circ &= 0, \\ (4) + (5) + (12) - 200^\circ &= 0, \\ (6) + (10) + (11) - 200^\circ &= 0, \\ (7) + (8) + (9) - 200^\circ &= 0, \end{aligned} \tag{6.61}$$

ktoré vyjadrujú požiadavku, aby súčet uhlov v trojuholníku bol rovný 200° .

2. stranovú podmienkovú rovnicu:

$$z_2 - z_1 \frac{\sin(1) \sin(14) \sin(4) \sin(11) \sin(7)}{\sin(2) \sin(13) \sin(5) \sin(10) \sin(8)} = 0. \tag{6.62}$$



Obr. 6.32. Trojuholníkový reťazec

Stranová podmienková rovnica vyjadruje, že vypočítaná strana z'_2 zo strany z_1 a odmeraná strana z_2 musia sa navzájom rovnať. Výpočet strany z'_2 uskutočníme postupným aplikovaním sínusovej vety:

$$s_{15} = z_1 \frac{\sin(1)}{\sin(2)} ; \quad s_{14} = z_1 \frac{\sin(1)}{\sin(2)} \frac{\sin(14)}{\sin(13)} ; \text{ atď.} \quad (6.63)$$

3. smerníkovú podmienkovú rovnicu:

$$\sigma_{BD} - \sigma_{AC} + \sum \omega' - (n-1)200^g = 0 . \quad (6.64)$$

Podľa tejto podmienkovej rovnice orientačný smerník σ'_{BD} , vypočítaný cez ktorékoľvek uhly v trojuholníkovom reťazci, má byť rovný zadanému smerníku σ_{BD} .

4. dve súradnicové podmienkové rovnice:

$$y_B - y_A - \sum \Delta y' = 0 \quad \text{a} \quad x_B - x_A - \sum \Delta x' = 0 . \quad (6.65)$$

Tieto podmienkové rovnice ukazujú, že dané a vypočítané súradnice bodu B musia byť rovnaké.

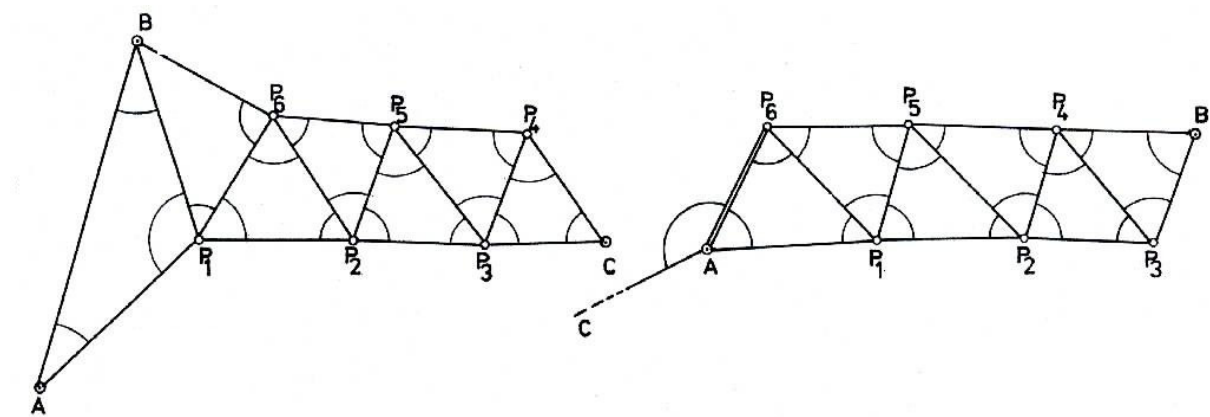
Na trojuholníkové reťazce budované podľa 984 121 I/93 sa kladú nasledovné požiadavky:

Na jednom konci sa pripoja najmenej na dva a na druhom konci najmenej na jeden trigonometrický bod alebo bod 1. triedy presnosti. V 984 121 I/93 sú stanovené geometrické parametre reťazca, kritériá presnosti bodov a presnosť merania vrcholových uhlov.

Výnimočne môžeme reťazec na každom konci pripojiť len na jeden bod. V takom prípade však musí byť reťazec orientovaný na tretí bod aspoň na jednom pripojovacom bode a rozmer reťazca sa odvodí odmeraním základnice, ktorá má rozmerovo zodpovedať dĺžke strán trojuholníkov.

V kap. 3.7 je uvedené vyrovnanie trojuholníkového reťazca MNS. Avšak reťazce budované podľa 984 121 I/93 postačí vyrovnať približne. Pred výpočtom súradníc jednotlivých bodov reťazca, vnútorné uhly jednotlivých trojuholníkov opravíme o 1/3 uzáveru:

$$v_\omega = \frac{200^g - \sum \omega'}{3} . \quad (6.66)$$

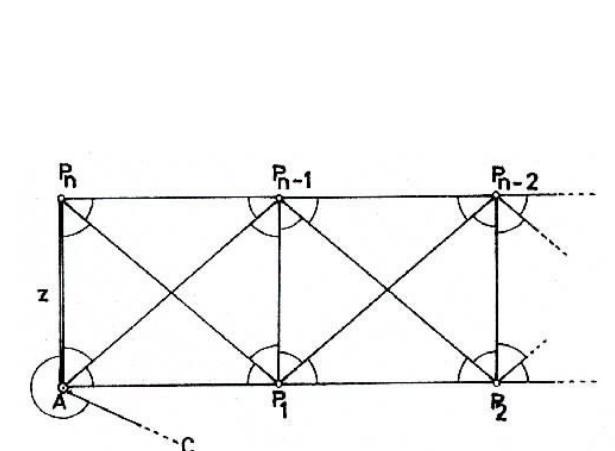


Obr. 6.33. Tvary trojuholníkových reťazcov

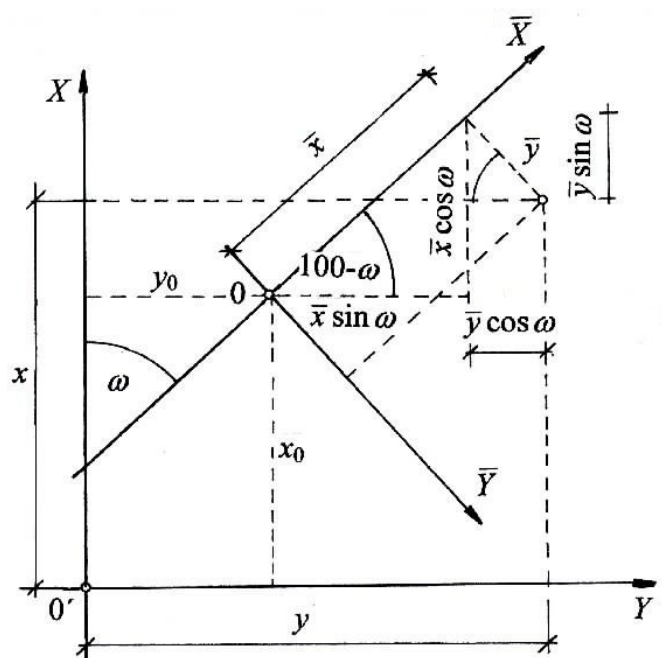
Súradnice bodov reťazca potom vypočítame:

- prevodom úlohy na výpočet polygónu s približným vyrovnaním,
- postupným pretínaním napred.

Na výpočet polygónov použijeme dĺžky strán, ktoré postupne vypočítame sínusovou vetou. Krajná odchýlka koncovej pripojovacej strany je pre body 2. triedy presnosti 0,08 m, pre body 3. triedy presnosti 0,12 m. Pri postupnom pretínaní napred sa súradnicová odchýlka rozdelí úmerne k počtu určovaných bodov.



Obr. 6.34. Štvoruholníkový reťazec



Obr. 6.35. Transformácia súradníc

Zvýšenie presnosti oproti trojuholníkovým reťazcom asi o 20 % docielime štvoruholníkovými reťazcami (obr. 6.34).

6.46 Prehľad metód na určovanie súradníc bodov podľa triedy presnosti

Metódy merania	Trieda presnosti				
	1	2	3	4	5
polygóny	/	/	/	/	-
vložený polygón	-	/	/	/	-
trojuholníkové reťazce	-	/	/	-	-
pretínanie napred z uhlov a dĺžok	/	/	/	/	-
pretínanie nazad	-	/	/	/	-
rajón s orientáciou na danom bode	/	/	/	/	-
rajón s orientáciou na určovanom bode	/	/	/	/	-

6.4.7 Transformácia súradníc

Transformáciou súradníc meníme (transformujeme) súradnice bodov z jedného súradnicového systému do druhého. Používame ju pri tvorbe vytyčovacích sietí (obr. 6.35), vyhodnocovaní polohovej stability bodov vzťažnej sústavy, pretvorení fotogrametrických súradníc na geodetické súradnice, atď. Pre transformáciu súradníc potrebujeme poznať minimálne súradnice dvoch bodov v oboch systémoch. Ak máme k dispozícii viac než dva body, môžeme transformáciu uskutočniť tak, aby súčet štvorcov odchýlok v súradniciach medzi bodmi oboch systémov po transformácii bol minimálny. Použitím podobnostnej (Helmertovej) transformácie sa vyrovnávajú aj prípadné mierkové rozpory medzi oboma súradnicovými systémami.

Ked' označíme \bar{y}_i, \bar{x}_i súradnice starého systému a y_i, x_i súradnice nového systému, transformačné rovnice majú tvar:

$$\begin{aligned} y_i &= y_0 + \bar{y}_i \cos \omega - \bar{x}_i \sin \omega, \\ x_i &= x_0 + \bar{y}_i \sin \omega + \bar{x}_i \cos \omega. \end{aligned} \quad (6.67)$$

$$\begin{aligned} y_i &= y_0 + a \bar{y}_i - b \bar{x}_i, \\ x_i &= x_0 + b \bar{y}_i + a \bar{x}_i. \end{aligned} \quad (6.68)$$

Hodnoty transformačných prvkov y_0, x_0, a, b pre podobnostnú transformáciu určíme z rovníc:

$$a = \frac{A}{C}, \quad b = \frac{B}{C}, \quad (6.69)$$

keď

$$A = \sum \bar{x}x + \sum \bar{y}y - \frac{1}{n} \left(\sum \bar{x} \sum x + \sum \bar{y} \sum y \right)$$

$$B = \sum \bar{y}x - \sum \bar{x}y - \frac{1}{n} \left(\sum \bar{y} \sum x - \sum \bar{x} \sum y \right)$$

$$C = \sum \bar{y}y + \sum \bar{x}x - \frac{1}{n} \left(\sum \bar{y} \sum y + \sum \bar{x} \sum x \right),$$

pričom n je počet bodov použitých na výpočet transformačných prvkov.

Súradnice počiatku starého systému vyjadrujú rovnice:

$$y_0 = \frac{1}{n} \left(\sum y - a \sum \bar{y} + b \sum \bar{x} \right) \quad (6.70)$$

$$x_0 = \frac{1}{n} \left(\sum x - b \sum \bar{y} - a \sum \bar{x} \right).$$

Mierkový koeficient a pootočenie oboch systémov vypočítame z rovníc:

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{a^2 + b^2}, \\ \omega &= \arctg b / a. \end{aligned} \quad (6.71)$$

Po výpočte transformačných prvkov, transformáciu súradníc bodov vykonáme vyčíslením rovníc (6.68).