

2. CENTRÁCIA OSNOVY MERANÝCH SMEROV

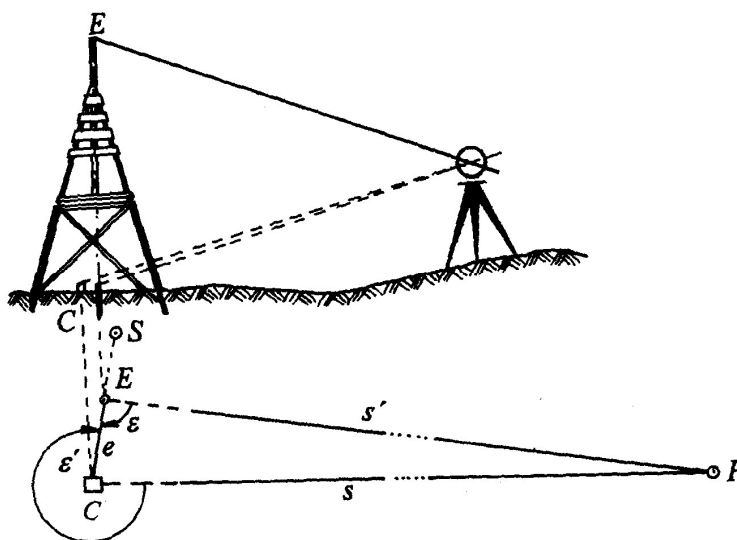
Pri meraní osnovy smerov sa stáva, že meriame na cieľovú značku, ktorá je postavená excentricky vzhľadom k stabilizovanému bodu. Alebo meriame na excentrickom stanovisku, vo vzťahu k súradnicovo určenému bodu. Môže sa tiež vyskytnúť, že smery sú ovplyvnené excentricitami oboch druhov, t.j. excentricitou stanoviska i cieľa. V geodetických sieťach s excentrickými cieľmi, resp. s excentrickými stanoviskami nemôžeme počítať uhlové uzávery bez centrácie osnovy smerov. Redukčné hodnoty, ktoré eliminujú vplyv excentricity stanoviska, resp. cieľa nazývame centračné zmeny.

V tejto kapitole budeme používať pojmy a symboly:

- **centrum** C je stabilizovaná poloha polohového geodetického bodu, na ktorú sa vzťahujú súradnice y, x . Označíme ho štvorcom (\square),
- **stanovisko** je bodovo definované miesto, na ktorého zvislici sa nachádza priesečník osí VHZ teodolitu. Môže byť centrické, ak je totožné s centrom, alebo excentrické. Označíme ho krúžkom (\circ),
- **cieľová značka** E (cieľ) je meračská značka, ktorá slúži na signalizáciu cieľa. Označíme ju bodkou (\cdot).

Centrum, stanovisko a cieľ môžu byť totožné ale i vzdialené od seba niekedy i niekoľko metrov. Cieľ je signalizovaný stavbou (trojboká, štvorboká, pyramída). Cieľ je možné premietnuť do roviny stabilizácie centra a následne určiť jeho centračné prvky.

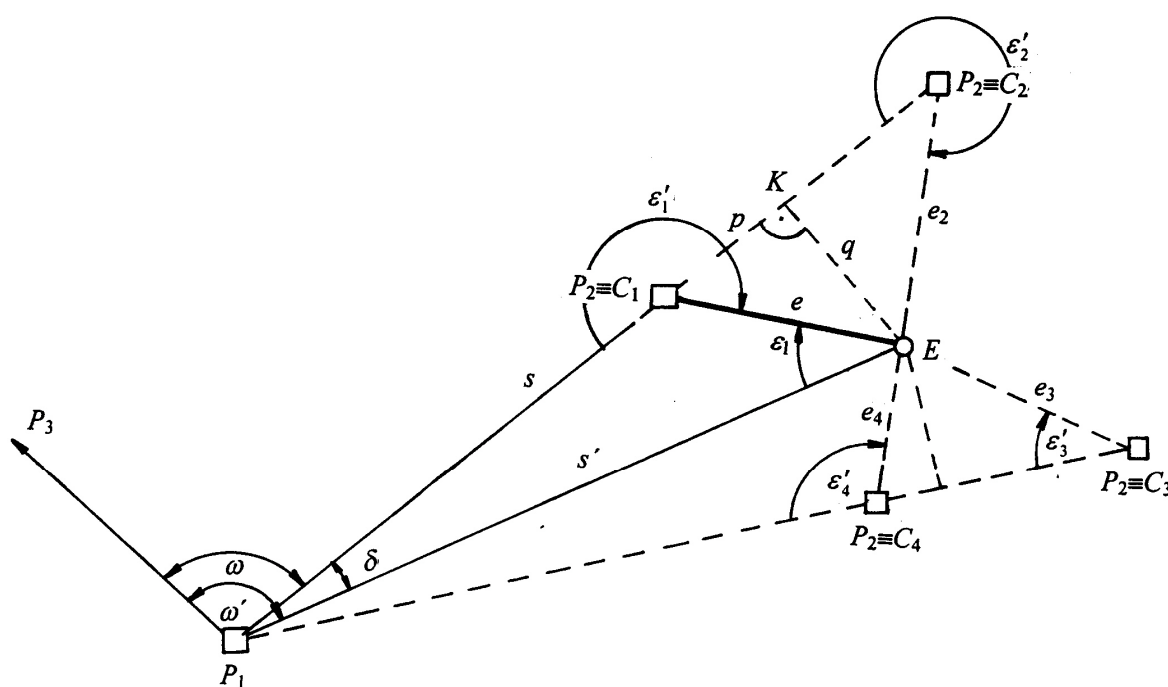
2.1 Odmeranie centračných prvkov cieľa



Obr. 2.1. Centračné prvky

Polohu stanoviska merania, resp. cieľa vzhľadom k centru určujeme centračnými prvkami. Sú to excentrická vzdialenosť e stanoviska, resp. cieľa od centra C a centračný uhol ϵ . Centračný uhol ϵ meriame na bode E od súradnicovo známeho bodu po centrum C (ϵ), alebo na bode C (ϵ').

Odmeranie centračného uhla e pri malých excentricitách ($e < 2\text{ m}$ – najkratšia vzdialenosť zaostrenia teodolitu) je obtiažne. Vtedy postupujeme tak, že si napr. silonovou šnúrkou približne predĺžime spojnicu CE a stabilizujeme bodom S . V bode S (obr. 2.1) postavíme prístroj pokusne do takej polohy, aby body E a C sa nachádzali na spojnici. Smer ES resp. CS využijeme na odmeranie centračného uhla e , resp. e' .



Bod P_2 má excentrický cieľ E , ktorý vo vzťahu k bodu C môže byť v štyroch kvadrantoch. Polohu cieľa E určujú centračné prvky e a e , resp. e' . Napr. z obr. 2.2 vidieť, že namiesto uhla w na centrickú polohu bodu P_2 odmeriame uhol $w' = w + d$.

$$d = \arcsin\left(\frac{e}{s} \sin e\right). \quad (2.1)$$

Pre malé hodnoty uhla d platí $\sin d = d^{\text{cc}}/r^{\text{cc}}$ $\left(r^{\text{cc}} = \frac{4000000^{\text{cc}}}{2p} \right)$ a centračnú zmenu vyjadríme

$$d^{\text{cc}} = r^{\text{cc}} \frac{e}{s} \sin e \text{ .} \quad (2.2)$$

Centračné zmeny d môžu byť kladné aj záporné. Znamienko centračnej zmeny vyplýva zo vzájomnej polohy centra C a cieľa E . Centračný uhol e v bode E meriame vždy od smeru EP_1 po smer EC (EC_1 na obr.2.2). Centračný uhol e' v bode C meriame od smeru C_iP_1 po smer C_iE ($i = 1, 4$), (obr. 2.2). Ak $e > 200^g$ je opravený uhol o centračnú zmenu

$$w = w' + d.$$

Ak $e < 200^g$ je opravený uhol o centračnú zmenu

$$w = w' - d.$$

Všeobecne platný algebraický vzťah na výpočet centračnej zmeny uhla z excentra na center je

$$w = w' - d, \quad (2.3)$$

v ktorom je rešpektované znamienko d vypočítané zo vzťahu (2.2).

Uhol w predstavuje uhlovú odľahlosť zámer medzi bodmi P_3 a P_2 . Vypočítaná hodnota uhla bude tým spoľahlivejšia, čím presnejšie odmeriame centračné prvky. Požiadavky na vyžadovanú presnosť merania centračných prvkov sú v kap. 2.6.

Keď bol namiesto centračného uhla e odmeraný uhol e' centračný uhol d vypočítame z rovnice

$$d = r^{cc} \frac{e}{s'} \sin(400^g - e'). \quad (2.4)$$

Ak $e < 0,1$ až $0,2$ m, môžeme položiť $s = s'$.

Uhol d podľa obr. 2.2 s rešpektovaním znamienok funkcií \sin a \cos a vzťahu (2.3) vypočítame z rovnice

$$d = \arctg\left(\frac{-q}{s-p}\right) \quad (2.5)$$

kde $q = e \sin e'$,

$$p = e \cos e',$$

alebo

$$d^{cc} = r^{cc} \frac{-e \sin e'}{s - e \cos e'}. \quad (2.6)$$

Príklad 2.1: Výpočet centračnej zmeny excentrického cieľa.

a) V bode P_1 (obr. 2.2) bol odmeraný uhol $w' = 115,2645^g$, vzdialenosť $s_{P_1P_2} = 1214,58$ m. Centračné prvky cieľa sú: $e = 1,254$ m, $e' = 35,715^g$.

$$d = r^{cc} \frac{e}{s} \sin e' = \frac{200^g}{p} \frac{1,254 \text{ m}}{1214,58 \text{ m}} \sin 35,715^g = 0,0350^g.$$

$$w = w' - d = 115,2645^g - 0,0350^g = 115,2295^g.$$

b) Centračné prvky cieľa sú: $e = 1,254$ m, $e' = 235,75^g$. Centračný uhol vypočítame podľa vzťahu (2.5).

$$d = \arctg\left(\frac{-e \sin e'}{s - e \cos e'}\right) = \arctg\left(\frac{-1,254 \text{ m} \cdot \sin 235,75^g}{1214,58 \text{ m} - 1,254 \text{ m} \cdot \cos 235,75^g}\right) = \arctg\left(\frac{0,6678 \text{ m}}{1215,641 \text{ m}}\right) = 0,0350^g.$$

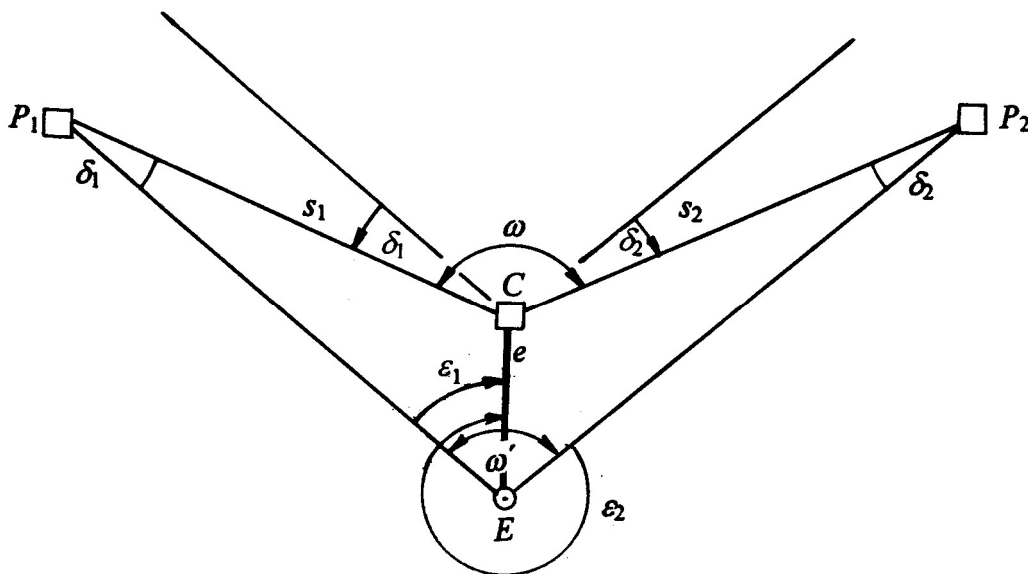
$$w = 115,2295^g.$$

2.3 Výpočet centračných zmien na excentrickom stanovisku

Na excentrickom stanovisku E bol odmeraný uhol w' namiesto uhla w , ktorý nebolo možné odmerať na bode C . Na určenie centračných zmien d_1 a d_2 je potrebné odmerať excentricitu e a centračné uhly e_1 a e_2 . Vzťah medzi uhlami w a w' je

$$400^g - w + w' + |d_1| + |d_2| = 400^g ,$$

$$w = w' + |d_1| + |d_2| . \quad (2.7)$$



Obr. 2.3. Excentrické stanovisko

Podľa rovnice (2.2) je

$$d_1^{cc} = r^{cc} \frac{e}{s_1} \sin e_1 \quad (2.8)$$

$$d_2^{cc} = r^{cc} \frac{e}{s_2} \sin e_2 .$$

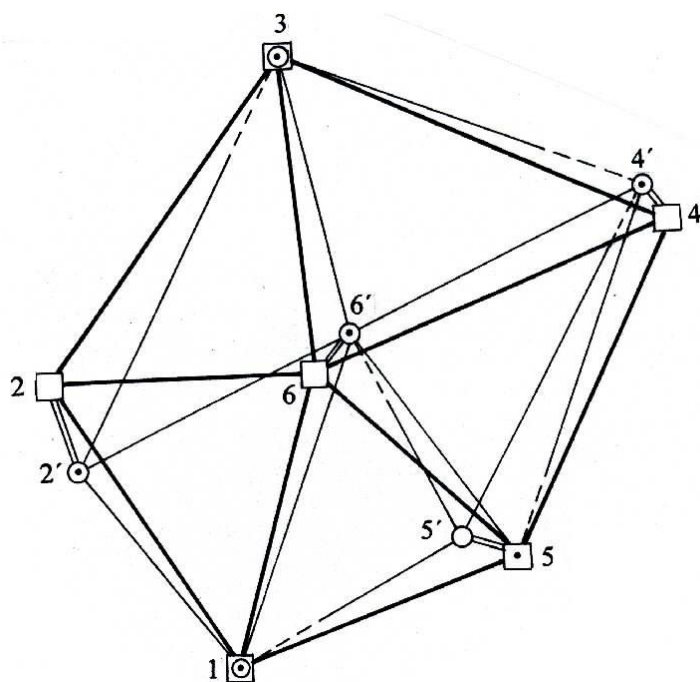
Uhol w je podľa obr. 2.3

$$w = w' + r^{cc} e \left(\left| \frac{\sin e_1}{s_1} \right| + \left| \frac{\sin e_2}{s_2} \right| \right) . \quad (2.9)$$

2.4 Redukcia osnovy smerov na centrum

Obr. 2.2 a obr. 2.3 predstavujú určenie centračných zmien pri excentricite stanoviska len pri jednom smere, resp. jednom uhle. V trigonometrickej sieti sa môže vyskytnúť mnoho smerov ovplyvnených excentricitou oboch druhov, ako to ukazuje obr. 2.4. Poloha bodu je tu vyznačená štvorcom, poloha cieľa bodom. Cieľ je excentrický na bodoch 2, 4, 6. Na bode 5 máme excentrické stanovisko teodolitu vyznačené krúžkom. Na bode 1 a 3 sú cieľ a stanovisko teodolitu centrické. Na obr. 2.4 máme všetky prípady, ktoré môžu nastať medzi bodom (centrom) a stanoviskom teodolitu.

Z obr. 2.4 je vidieť, že pred výpočtom centračných zmien môžeme preskúšať uzáver trojuholníkov iba v prípade, keď stanovisko teodolitu je pod cieľom. Táto možnosť sa vyskytuje pri trojuholníkoch 1-2'-6', 2'-3-6', 3-4'-6'. Naproti tomu nie je možné týmto spôsobom overiť uzáver uhlov v trojuholníkoch 1-6'-5' a 4'-5'-6'.



Obr. 2.4. Osnova smerov s excentrickými cieľmi a stanoviskom merania

Úlohou je vypočítať centrickú osnovu smerov z osnovy smerov odranej excentricky, t.j. máme redukovať excentrickú osnovu smerov na centrum. Za príklad si zvolíme osnovu na stanovisku 2'. Podľa obr. 2.5 predpokladajme, že cieľ na bode 6 je centrický. Jednotlivé smery označme y . Nulu deleného kruhu označme y_0 , excentrické stanovisko je E a centrum je totožný s trigonometrickým bodom C . Z osnovy odmeraných smerov sme odvodili centračné uhly od smeru EC po príslušné merané body.

Ak presunieme osnovu do centra C , orientácia osnovy (smer osnovy y_0) ostane nezmenená, zmenia sa uhly y' o centračné uhly d . Smery osnovy redukovanej do centra označme y , potom podľa obr. 2.5 platí

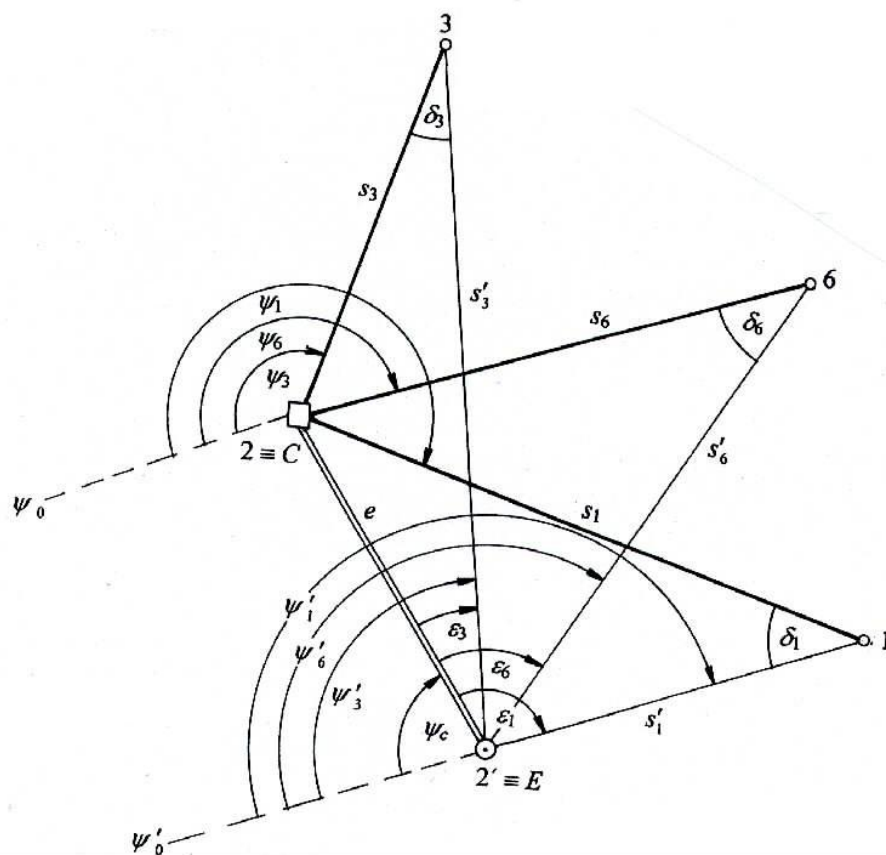
$$\begin{aligned} y_3 &= y'_3 + d_3, \\ y_6 &= y'_6 + d_6, \\ y_1 &= y'_1 + d_1. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Je potrebné vypočítať centračné zmeny d . Z trojuholníka $CE3$ a ďalších trojuholníkov máme

$$\begin{aligned} \sin d_3 &= \frac{e}{s_3} \sin(y'_3 - y_c), \\ \sin d_6 &= \frac{e}{s_6} \sin(y'_6 - y_c), \\ \sin d_1 &= \frac{e}{s_1} \sin(y'_1 - y_c). \end{aligned} \tag{2.11}$$

y_c znamená smer na centrum. Rozdiel $(y'_3 - y_c)$ znamená podľa obrázka centračný uhol ε_3 . Môžeme položiť

$$\begin{aligned} e_3 &= y'_3 - y_c, \\ e_6 &= y'_6 - y_c, \\ e_1 &= y'_1 - y_c. \end{aligned} \quad (2.12)$$



Obr. 2.5. Redukcia osnovy smerov na centrum

Túto úpravu osnovy nazývame orientáciou na smer EC . Nakoľko centračné zmeny d sú malé, môžeme $\sin d$ nahradiť uhlom d^{cc}/r^{cc} podľa rovnice (2.2). Potom výsledné vzťahy na výpočet centračných zmien d budú:

$$\begin{aligned} d_3^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s_3} \sin e_3, \\ d_6^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s_6} \sin e_6, \\ d_1^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s_1} \sin e_1. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Príklad 2.2: Redukcia osnovy smerov na centrum

Na excentrickom stanovisku $2' \equiv E$ (obr. 2.5) boli odmerané smery na centrum y_c a na body 3, 6 a 1. Excentricita je 0,422 m. Osnovu smerov redukujeme na centrum s použitím vzťahu (2.13).

Tabuľka č. 2.1

Číslo bodu	y'_i	$e_i = y'_i - y_C$	s_i	$d_i = r^{cc} \frac{e}{s_i} \sin e_i$	$y = y'_i + d_i$
$2 \equiv C$	95,2864 ^g		$e = 0,422$ m		95,2864 ^g
3	109,4172 ^g	14,1308 ^g	1210,15 m	0,0049 ^g	109,4221 ^g
6	156,2779 ^g	60,9915 ^g	992,06 m	0,0222 ^g	156,3001 ^g
1	201,0206 ^g	105,7342 ^g	745,88 m	0,0359 ^g	201,0565 ^g

Doteraz sme predpokladali, že bod centra C je určený súradnicami, z ktorých môžeme vypočítať dĺžku s . Tento predpoklad nebude vždy splnený. Ak meriame excentrickú osnovu smerov pri určovanom bode, ktorého nepoznáme súradnice, dĺžky s_i nemôžeme vypočítať. V takomto prípade z neredukovaných uhlov vypočítame súradnice excentrického stanoviska a z nich dĺžky s' . Ak e je malé, položíme $s' = s$ a centračné zmeny d vypočítame podľa rovníc (2.13). Ak je excentricita e veľká ($e \geq 0,2$ m) vypočítame d postupnou aproximáciou. Podľa obrázka 2.5 máme napr. dané e , e_3 , s'_3 , vypočítame centračnú zmenu d_3

$$\sin d_3 = \frac{e}{s'_3} \sin(200 - (e_3 + d_3)), \quad (2.14)$$

ktorá na pravej strane rovnice je neznáma, preto I. aproximácia je

$$\sin d_3^I = \frac{e}{s'_3} \sin e_3. \quad (2.15)$$

Vypočítame d_3^I a potom II. ďalšie aproximácie sú

$$\sin d_3^{II} = \frac{e}{s'_3} \sin(200 - (e_3 + d_3^I)),$$

$$\sin d_3^{III} = \frac{e}{s'_3} \sin(200 - (e_3 + d_3^{II})) \text{ atď.}$$

Takto postupujeme, pokiaľ zmeny v hodnote d_3 neklesnú pod vyžadovanú hodnotu presnosti napr. $0,5^{cc} - 0,1^{cc}$.

Centračné zmeny môžeme určiť aj tak, že vypočítame súradnice bodu E a z nich súradnice bodu C , z ktorých potom vypočítame strany s_i .

Príklad 2.3: Redukcia osnovy smerov na centrum pri neznámych súradniciach bodu C.

Na excentrickom stanovisku $2' \equiv E$ boli odmerané smery na centrum $y_C = 95,2864^g$ a na bod 6 $y'_6 = 156,2779^g$. Poznáme dĺžku $s'_6 = 992,30$ m. Excentricita je 0,422 m. Vypočítame redukciu smeru y_6 na centrum iteračným postupom.

$$\text{I. iterácia: } d_6^I = r^{cc} \frac{e}{s'_6} \sin e_6 = 0,0221_4^g,$$

$$\text{II. iterácia: } d_6^{II} = r^{cc} \frac{e}{s'_6} \sin(200^g - (e_6 - d_3^I)) = 0,0221_5^g.$$

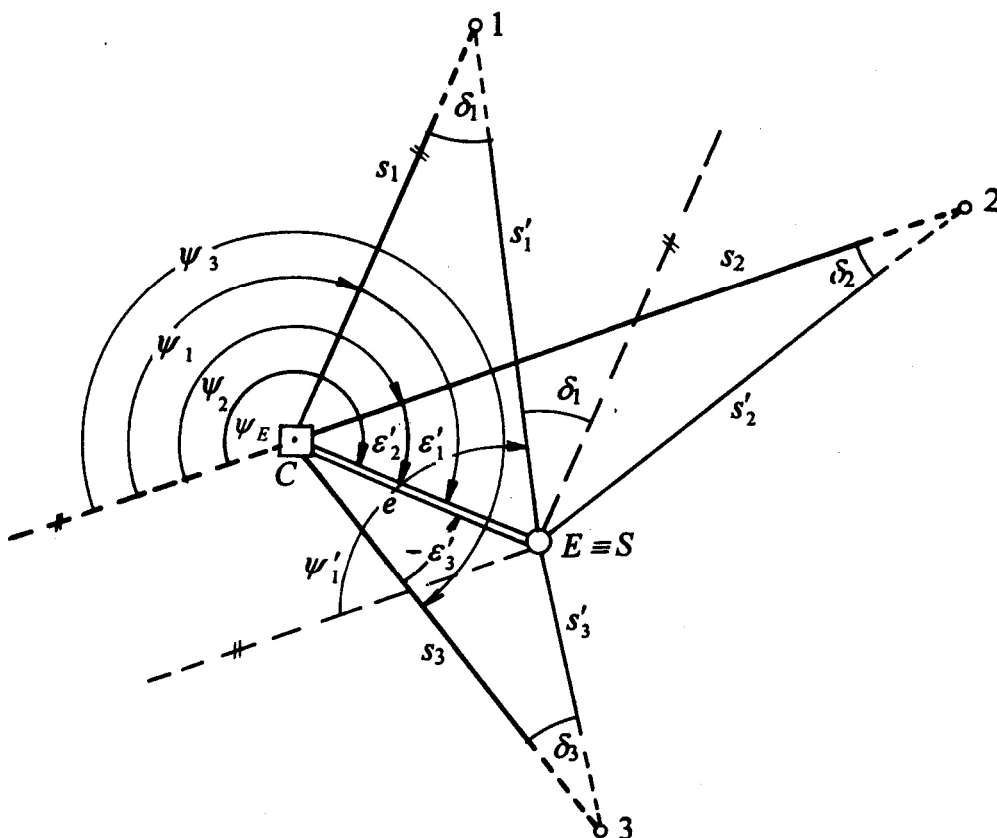
Rozdiel $|d_6'' - d_6'| = 0,1^{cc}$, d_6'' považujeme za výsledný centračný uhol. Centrovaný smer y_6 je $y_6 = y_6' + d_6'' = 156,3001^s$.

2.5 Redukcia osnovy smerov na cieľ

Na bode s excentrickým cieľom je osnova smerov meraná centricky. Prípad je naznačený na obr. 2.6.

Na stanovisku centra C sú odmerané smery na body 1, 2 a 3. Osnovu smerov redukujeme na cieľ. Odmerané smery pri redukcii sa zmenia centračné uhly d . Na bode C je odmeraná excentricita signálu e a jej smer y_c . Pre opravy d_i platí

$$\begin{aligned}\sin d_1 &= \frac{e}{s_1'} \sin(y_E - y_1), \\ \sin d_2 &= \frac{e}{s_2'} \sin(y_E - y_2), \\ \sin d_3 &= \frac{e}{s_3'} \sin(y_E - y_3).\end{aligned}\tag{2.16}$$



Obr. 2.6. Redukcia osnovy smerov na cieľ

Za $\sin d$ položíme d^{cc}/r^{cc} a podľa rovnice (2.12) zavedieme uhly

$$\begin{aligned}
e'_1 &= y_E - y_1, \\
e'_2 &= y_E - y_2, \\
e'_3 &= y_E - y_3.
\end{aligned}
\tag{2.17}$$

Potom

$$\begin{aligned}
d_1^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s'_1} \sin e'_1, \\
d_2^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s'_2} \sin e'_2, \\
d_3^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s'_3} \sin e'_3.
\end{aligned}
\tag{2.18}$$

Redukovaná osnova smerov na cieľ potom bude

$$\begin{aligned}
y'_1 &= y_1 - d_1, \\
y'_2 &= y_2 - d_2, \\
y'_3 &= y_3 - d_3.
\end{aligned}
\tag{2.19}$$

Strany s' nepoznáme. Ak je e malé ($e \leq 0,2$ m), môžeme položiť $s' = s$, ktoré vypočítame zo súradníc. Pri veľkom e počítame zmeny podľa rovníc (2.5) alebo aproximáciou (2.12), ktorá je však nepohodlná. Z toho vyplýva, že v prípade excentrického signálu podľa možnosti vždy stotožníme stanovisko teodolitu so signálom. Tým sa zjednoduší výpočet centračných zmien. Okrem toho meranie uhlov a čiastočne aj ich redukciu môžeme preskúšať uzáverom trojuholníkov.

Príklad 2.4: Redukcia osnovy smerov na cieľ

Na stanovisku centra C boli odmerané smery na cieľ y_E a na body 3, 6 a 1. Excentricita je $e = 0,422$ m. Osnovu smerov redukujeme na cieľ.

Tabuľka č. 2.2

Číslo bodu	y'_i	$e_i = y'_i - y_E$	s_i	d_i	$y' = y_i - d_i$
$2' \equiv E$	295,2864 ^g		$e = 0,422$ m		95,2864 ^g
3	109,4221 ^g	185,8643 ^g	1210,56 m	0,0049 ^g	109,4172 ^g
6	156,3001 ^g	138,9863 ^g	992,30 m	0,0222 ^g	156,2779 ^g
1	201,0565 ^g	94,2295 ^g	745,84 m	0,0359 ^g	201,0206 ^g

1.6 Vyžadovaná presnosť merania centračných prvkov

Presnosť centračnej zmeny d meraného w je závislá od presnosti odmerania excentricity e , centračného uhla e a dĺžky s . Diferencujeme rovnicu

$$\begin{aligned}
d^{cc} &= r^{cc} \frac{e}{s} \sin e, \\
dd^{cc} &= r^{cc} \frac{de}{s} \sin e - r^{cc} \frac{e}{s^2} \sin e ds + r^{cc} \frac{e}{s} \cos e de.
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Za jednotlivé premenné veličiny e , e a s budeme dosadzovať rôzne hodnoty, aby sme zistili ako vplývajú na centračnú zmenu. Ak chyba centračnej zmeny nemá prekročiť 1^{cc} pri stredných pomeroch $e < 1 \text{ m}$, $s > 500 \text{ m}$ je potrebné merať

excentricitu e na mm ,

centračný uhol e na $0,01^{\text{g}}$,

dĺžky s na 1 m .

Ak $e < 0,30 \text{ m}$ a $s > 1000 \text{ m}$ pre uvedené vyžadované presnosti merania e , e a s centračná zmena bude určená s presnosťou $0,3^{\text{cc}}$.