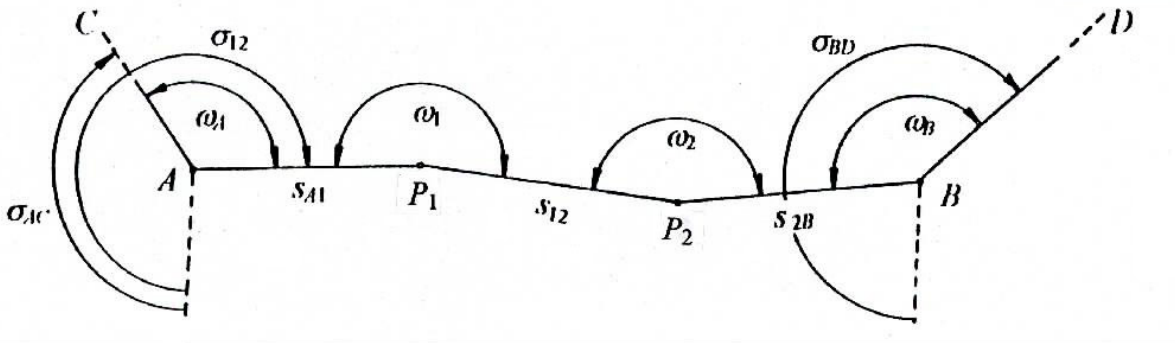


## 8. VYROVNANIE OBOJSTRANNE PRIPOJENÉHO A ORIENTOVANÉHO POLYGÓNU MNŠ

Dané sú súradnice počiatočného  $A(y_A, x_A)$  a koncového bodu  $B(y_B, x_B)$  a pripojovacie smerníky  $\sigma_{AC}$ ,  $\sigma_{BD}$ . Tieto hodnoty považujeme za bezchybné. Merané sú uhly ( $\bar{\omega}_i$ ) a dĺžky ( $\bar{s}_i$ ), u ktorých poznáme ich stredné chyby  $m_{\omega_i}$  a  $m_{s_i}$  (obr. 8.1). Úlohou vyrovnania je vypočítať súradnice polygónových bodov z vyrovnaných uhlov a dĺžok

$$\begin{aligned}\omega_A &= \bar{\omega}_A + v_{\omega A}, \omega_1 = \bar{\omega}_1 + v_{\omega 1}, \dots, \\ s_{A1} &= \bar{s}_{A1} + v_{sA1}, s_{12} = \bar{s}_{12} + v_{s12}, \dots\end{aligned}\quad (8.1)$$



Obr.8.1. Obojstranne pripojený a orientovaný polygón

Vyrovnanie je možné len vtedy, ak je dodržaný princíp redundancie, t.j. aby bolo odmeraných viac veličín ako je potrebné k výpočtom. Pre  $m$  nových polygónových bodov je  $2m$  neznámych ( $y, x$ ). K dispozícii je  $(m+2)$  uhlov a  $(m+1)$  strán, spolu  $(2m+3)$  meraní, teda 3 nadbytočné merania. Pre podmienkové vyrovnanie obojstranne pripojeného a orientovaného polygónu môžeme zostaviť 3 rovnice s podmienkami. (Poznámka: Polygón je tiež možné vyrovnávať postupom sprostredkujúcich meraní). Celkový počet bodov v polygóne je  $n = m + 2$ . Pre vyrovnané smerníky, (obr.8.1), platí:

$$\begin{aligned}\sigma_{A1} &= \sigma_{AC} + \omega_A = \overbrace{\sigma_{AC} + \bar{\omega}_A}^{\bar{\sigma}_{A1}} + v_{\omega A}, \\ \sigma_{12} &= \sigma_{AC} + \omega_A + \omega_1 - 1.200^g = \overbrace{\sigma_{AC} + \bar{\omega}_A + \bar{\omega}_1}^{\bar{\sigma}_{12}} + v_{\omega A} + v_{\omega 1} - 1.200^g, \\ \sigma_{2B} &= \sigma_{AC} + \omega_A + \omega_1 + \omega_2 - 2.200^g = \overbrace{\sigma_{AC} + \bar{\omega}_A + \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2}^{\bar{\sigma}_{2B}} + v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2} - 2.200^g, \\ &: \\ \sigma_{BD} &= \sigma_{AC} + \omega_A + \omega_1 + \omega_2 + \omega_B - (n-1)200^g = \\ &= \overbrace{\sigma_{AC} + \bar{\omega}_A + \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_B}^{\bar{\sigma}_{BD}} + v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2} + v_{\omega B} - (n-1)200^g.\end{aligned}\quad (8.2)$$

Rovnicu s podmienkami pre uhly môžeme napísať

$$\omega_A + \omega_1 + \omega_2 + \omega_B - (n-1)200^g - (\sigma_{BD} - \sigma_{AC}) = 0. \quad (8.3)$$

Podobne môžeme napísať dve súradnicové rovnice s podmienkami:

$$s_{A1} \sin \sigma_{A1} + s_{12} \sin \sigma_{12} + s_{2B} \sin \sigma_{2B} - (y_B - y_A) = 0, \quad (8.4)$$

$$s_{A1} \cos \sigma_{A1} + s_{12} \cos \sigma_{12} + s_{2B} \cos \sigma_{2B} - (x_B - x_A) = 0. \quad (8.5)$$

Odmerané hodnoty uhlov a dĺžok dosadíme do rovníc (8.3) až (8.5).

$$\overbrace{\bar{\omega}_A + \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_B - (n-1)200^g - (\sigma_{BD} - \sigma_{AC})}^U + v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2} + v_{\omega B} = 0. \quad (8.6)$$

$$(\bar{s}_{A1} + v_{sA1}) \sin(\bar{\sigma}_{A1} + v_{\omega A}) + (\bar{s}_{12} + v_{s12}) \sin(\bar{\sigma}_{12} + v_{\omega A} + v_{\omega 1}) + \\ + (\bar{s}_{2B} + v_{s2B}) \sin(\bar{\sigma}_{2B} + v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2}) - (y_B - y_A) = 0, \quad (8.7)$$

$$(\bar{s}_{A1} + v_{sA1}) \cos(\bar{\sigma}_{A1} + v_{\omega A}) + (\bar{s}_{12} + v_{s12}) \cos(\bar{\sigma}_{12} + v_{\omega A} + v_{\omega 1}) + \\ + (\bar{s}_{2B} + v_{s2B}) \cos(\bar{\sigma}_{2B} + v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2}) - (x_B - x_A) = 0. \quad (8.8)$$

Výrazy v zátvorkách funkcie sin a cos upravíme podľa vzťahov

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

Pre malé uhly  $v_{\omega}$  platí:  $\cos v_{\omega} = 1$  a  $\sin v_{\omega} = \frac{v_{\omega}^{cc}}{\rho^{cc}}$  (ďalej použijeme  $\rho$  bez označenia rozmeru). V tomto zmysle upravíme rovnice (8.7) a (8.8).

$$(\bar{s}_{A1} + v_{sA1}) \left( \sin \bar{\sigma}_{A1} \overbrace{\cos v_{\omega A}}^1 + \cos \bar{\sigma}_{A1} \overbrace{\sin v_{\omega A}}^{v_{\omega A} / \rho} \right) + \\ (\bar{s}_{12} + v_{s12}) \left( \sin \bar{\sigma}_{12} \overbrace{\cos(v_{\omega A} + v_{\omega 1})}^1 + \cos \bar{\sigma}_{12} \overbrace{\sin(v_{\omega A} + v_{\omega 1})}^{(v_{\omega A} + v_{\omega 1}) / \rho} \right) + \\ (\bar{s}_{2B} + v_{s2B}) \left( \sin \bar{\sigma}_{2B} \overbrace{\cos(v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2})}^1 + \cos \bar{\sigma}_{2B} \overbrace{\sin(v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2})}^{(v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2}) / \rho} \right) - (y_B - y_A) = 0,$$

po vynásobení dostaneme

$$\overbrace{\bar{s}_{A1} \sin \bar{\sigma}_{A1}}^{\Delta \bar{y}_{A1}} + \overbrace{\bar{s}_{A1} \cos \bar{\sigma}_{A1}}^{\Delta \bar{x}_{A1}} \frac{v_{\omega A}}{\rho} + v_{sA1} \sin \bar{\sigma}_{A1} + v_{sA1} \cos \bar{\sigma}_{A1} \frac{v_{\omega A}}{\rho} + \\ + \overbrace{\bar{s}_{12} \sin \bar{\sigma}_{12}}^{\Delta \bar{y}_{12}} + \overbrace{\bar{s}_{12} \cos \bar{\sigma}_{12}}^{\Delta \bar{x}_{12}} \frac{v_{\omega A} + v_{\omega 1}}{\rho} + v_{s12} \sin \bar{\sigma}_{12} + v_{s12} \cos \bar{\sigma}_{12} \frac{v_{\omega A} + v_{\omega 1}}{\rho} + \\ + \overbrace{\bar{s}_{2B} \sin \bar{\sigma}_{2B}}^{\Delta \bar{y}_{2B}} + \overbrace{\bar{s}_{2B} \cos \bar{\sigma}_{2B}}^{\Delta \bar{x}_{2B}} \frac{v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2}}{\rho} + v_{s2B} \sin \bar{\sigma}_{2B} + \\ + \overbrace{v_{s2B} \cos \bar{\sigma}_{2B}}^0 \frac{v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2}}{\rho} - (y_B - y_A) = 0.$$

Ďalej pokračujeme v úpravách

$$v_{sA1} \sin \bar{\sigma}_{A1} + v_{s12} \sin \bar{\sigma}_{12} + v_{s2B} \sin \bar{\sigma}_{2B} + \Delta \bar{x}_{A1} \frac{v_{\omega A}}{\rho} + \Delta \bar{x}_{12} \frac{v_{\omega A} + v_{\omega 1}}{\rho} +$$

$$+ \Delta \bar{x}_{2B} \frac{v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2}}{\rho} + \overbrace{\Delta \bar{y}_{A1} + \Delta \bar{y}_{12} + \Delta \bar{y}_{2B} - (y_B - y_A)}^{U_2} = 0 . \quad (8.9)$$

Nakoniec upravíme časť rovnice, ktorá obsahuje opravy uhlov:

$$\overbrace{\bar{x}_1 - x_A}^{\Delta \bar{x}_{A1}} \frac{v_{\omega A}}{\rho} + \overbrace{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}^{\Delta \bar{x}_{12}} \frac{(v_{\omega A} + v_{\omega 1})}{\rho} + \overbrace{x_B - \bar{x}_2}^{\Delta \bar{x}_{2B}} \frac{(v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2})}{\rho} =$$

$$\frac{1}{\rho} (\bar{x}_1 v_{\omega A} - x_A v_{\omega A} + \bar{x}_2 v_{\omega A} + \bar{x}_2 v_{\omega 1} - \bar{x}_1 v_{\omega A} - \bar{x}_1 v_{\omega 1} + x_B v_{\omega A} + x_B v_{\omega 1} + x_B v_{\omega 2} -$$

$$- \bar{x}_2 v_{\omega A} - \bar{x}_2 v_{\omega 1} - \bar{x}_2 v_{\omega 2}) = \frac{1}{\rho} [(x_B - x_A) v_{\omega A} + (x_B - \bar{x}_1) v_{\omega 1} + (x_B - \bar{x}_2) v_{\omega 2}] .$$

Upravenú časť rovnice (8.9) dosadíme späť do rovnice (8.9) a dostávame tzv. pretvorenú rovnicu s podmienkou (8.7). Podobným spôsobom odvodíme druhú súradnicovú podmienkovú rovnicu (8.8). Uhlovú pretvorenú rovnicu s podmienkou získame z rovnice (8.6).

$$v_{\omega A} + v_{\omega 1} + v_{\omega 2} + v_{\omega B} + U_1 = 0, \quad (8.10)$$

$$\frac{x_B - x_A}{\rho} v_{\omega A} + \frac{x_B - \bar{x}_1}{\rho} v_{\omega 1} + \frac{x_B - \bar{x}_2}{\rho} v_{\omega 2} + v_{sA1} \sin \bar{\sigma}_{A1} + v_{s12} \sin \bar{\sigma}_{12} + v_{s2B} \sin \bar{\sigma}_{2B} + U_2 = 0, \quad (8.11)$$

$$- \frac{y_B - y_A}{\rho} v_{\omega A} - \frac{y_B - \bar{y}_1}{\rho} v_{\omega 1} - \frac{y_B - \bar{y}_2}{\rho} v_{\omega 2} + v_{sA1} \cos \bar{\sigma}_{A1} + v_{s12} \cos \bar{\sigma}_{12} + v_{s2B} \cos \bar{\sigma}_{2B} + U_3 = 0, \quad (8.12)$$

pričom uzávery rovníc s podmienkami vypočítame zo vzťahov

$$U_1 = \sum \varpi - (n-1) 200^g - (\sigma_{BD} - \sigma_{AC}) = O_{\omega} , \quad (8.13)$$

$$U_2 = \sum \Delta \bar{y} - (y_B - y_A) = O_y , \quad (8.14)$$

$$U_3 = \sum \Delta \bar{x} - (x_B - x_A) = O_x . \quad (8.15)$$

Vo výpočtoch sa objavujú predbežné hodnoty vypočítané z neopravených odmeraných uhlov a dĺžok, napr.:  $\sin \bar{\sigma}, \Delta \bar{x}, \Delta \bar{y}, \bar{y}, \bar{x}$ . Tieto hodnoty prevezmeme z predbežného (približného) výpočtu polygónu, zvlášť pre vyrovnávané uhly a zvlášť pre súradnicové prírastky.

Ďalší postup výpočtu pri vyrovnaní meraní s podmienkami je pomocou korelát (Lagrangeových koeficientov). Pretvorené rovnice s podmienkami (8.10) až (8.12) môžeme napísať vo všeobecnom tvare

$$\sum a v + U_1 = 0,$$

$$\sum b v + U_2 = 0, \quad (8.16)$$

$$\sum c v + U_3 = 0.$$

V maticovom zápise, s rozmermi prvkov matíc **A** a vektorov **v**, **u**, **k** budú rovnice s podmienkami

$$\mathbf{A}_{(3,n)}^T \mathbf{v}_{(n,1)} + \mathbf{u}_{(3,1)} = 0, \text{ kde} \quad (8.17)$$

$$\mathbf{A}_{(3,n)}^T = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \cdot & \cdot & \cdot & a_n \\ b_1 & b_2 & \cdot & \cdot & \cdot & b_n \\ c_1 & c_2 & \cdot & \cdot & \cdot & c_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{x_B - x_A} & \frac{1}{x_B - \bar{x}_1} & \frac{1}{x_B - \bar{x}_2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho}{y_B - y_A} & \frac{\rho}{y_B - \bar{y}_1} & \frac{\rho}{y_B - \bar{y}_2} & 0 & \sin \bar{\sigma}_{A1} & \sin \bar{\sigma}_{12} & \sin \bar{\sigma}_{2B} \\ -\frac{\rho}{y_B - y_A} & -\frac{\rho}{y_B - \bar{y}_1} & -\frac{\rho}{y_B - \bar{y}_2} & 0 & \cos \bar{\sigma}_{A1} & \cos \bar{\sigma}_{12} & \cos \bar{\sigma}_{2B} \end{vmatrix}, (8.18)$$

je matica koeficientov pretvorených rovníc opráv

$$\mathbf{P}_{(n,n)} = \begin{vmatrix} p_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & p_2 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & p_n \end{vmatrix}, \quad \text{matice váh meraní}$$

$$\mathbf{v}_{(n,1)} = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} v_{\omega A} \\ v_{\omega 1} \\ v_{\omega 2} \\ v_{\omega B} \\ v_{sA1} \\ v_{s12} \\ v_{s2B} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{u}_{(3,1)} = \begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{k}_{(3,1)} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{vmatrix}.$$

vektor opráv      uzáver vektorov      vektor korelát

Vyrovnanie obojstranne pripojeného a orientovaného polygónu MNŠ vyžaduje zohľadniť rozdiel v presnosti meraných uhlov a dĺžok zavedením váh. Prvky matice váh  $\mathbf{P}$  zostavíme podľa rovníc (7.9).

Rovnice opráv vyjadruje rovnica

$$\mathbf{v}_{(n,1)} = \mathbf{P}_{(n,n)}^{-1} \mathbf{A}_{(n,3)} \mathbf{k}_{(3,1)} \quad (8.19)$$

Koreláty vypočítame z rovnice

$$\mathbf{k}_{(3,1)} = -\mathbf{N}_{(3,3)}^{-1} \mathbf{u}_{(3,1)} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{u}. \quad (8.20)$$

Pomocou korelát vypočítame z rovníc (8.18) opravy. Opravy pripojíme k odmeraným uhľom a dĺžkam (8.1) a tak dostaneme **vyrovnané uhly a dĺžky**. Z nich vypočítame **definitívne súradnice** polygónových bodov. Jednotkovú strednú chybu vypočítame zo vzťahu (7.22).

Ďalej prekontrolujeme výpočet opráv vzťahmi (8.17), (7.16)

$$\mathbf{A}^T \mathbf{v} + \mathbf{u} = 0 \quad \text{a}$$

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = -\mathbf{k}^T \mathbf{u}.$$

Vypočítame kovariančnú maticu odmeraných uhlov a dĺžok  $\mathbf{C}_{os}$  (7.25).

Názorne si to ukážeme v príklade 8.1

**Príklad 8.1.** Máme dané súradnice pripojovacích bodov 15, 16 a smerníky  $\sigma_{15-32}, \sigma_{16-4}$ . Odmerané boli uhly  $\omega_{15}, \omega_{524}, \omega_{525}, \omega_{526}, \omega_{16}$  a dĺžky  $s_{15-524}, s_{524-525}, s_{525-526}, s_{526-16}$ . Charakteristiky presnosti merania sú  $m_\omega = 25''$ ,  $m_s = 5$  mm. Úlohou je vyrovnať odmerané uhly a dĺžky v polygóne a vypočítať

súradnice bodov 5524, 5525, 5526 (v skrátenom zápise 524, 525, 526) MNŠ podľa meraní s podmienkami.

### Obojstranne pripojený a orientovaný polygón

| Číslo bodu | y          | x           | Dané údaje<br>$\sigma$   | uhol      | strana  |
|------------|------------|-------------|--------------------------|-----------|---------|
| 32         | 0,000      | 0,000       | 127,75700 = sigma15 - 32 |           |         |
| 15         | 406583,690 | 1288781,110 |                          | 237,48930 | 116,110 |
| 524        |            |             |                          | 211,48630 | 115,190 |
| 525        |            |             |                          | 141,53680 | 132,930 |
| 526        |            |             |                          | 182,68780 | 126,170 |
| 16         | 406228,500 | 1289027,410 |                          | 180,90430 |         |
| 4          | 0,000      | 0,000       | 281,86750 = sigma 16- 4  |           |         |

Matice koeficientov pretvorených rovníc opráv (**A**) (8.18), uzáverov rovníc s podmienkami **u** (8.13) až (8.15) a váhových koeficientov (**P**) sú:

$$\mathbf{A}_{(3,9)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,386948 & 0,231072 & 0,062082 & 0,002980 & 0 & -0,519196 & -0,357401 & -0,959104 & -0,999887 \\ 0,557793 & 0,463099 & 0,398431 & 0,198164 & 0 & +0,854655 & +0,933951 & +0,283052 & +0,015037 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{u}_{(3,1)} = \begin{pmatrix} -60 \\ 87,8 \\ 39 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_{(9,9)} = \begin{pmatrix} 1,09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,09 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Váhové koeficienty boli určené podľa vzťahov (7.11):  $p_s = 1$ ,  $p_\omega = \frac{25}{(\bar{s} \cdot 25^{cc} / \rho^{cc})^2} = 1,09$ , kde  $\bar{s} =$

122 m je stredná hodnota dĺžky. Členy matice **A** boli vypočítané z približných súradníc polygónu, daných súradníc bodov 15, 16 a pripojovacieho smerníka  $\sigma_{16-4}$ . Prvých 5 stĺpcov bolo vypočítaných s použitím vzťahov pre odmerané uhly a posledné 4 stĺpce s použitím vzťahov pre odmerané dĺžky (8.18).

Približné (nevyrovnané) súradnice polygónu:

| Číslo bodu | $y_0$      | $x_0$       | $\sigma_0$ | uhol      | strana  |
|------------|------------|-------------|------------|-----------|---------|
| 15         | 406583,690 | 1288781,110 | 365,24630  | 237,48930 | 116,110 |
| 524        | 406523,406 | 1288880,344 | 376,73260  | 211,48630 | 115,190 |
| 525        | 406482,237 | 1288987,926 | 318,26940  | 141,53680 | 132,930 |
| 526        | 406354,743 | 1289025,552 | 300,95720  | 182,68780 | 126,170 |
| 16         | 406228,588 | 1289027,449 | 281,86150  | 180,90430 |         |

Opravy vypočítané podľa rovnice (8.19) sú:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{k} = \begin{pmatrix} -16,645^{\text{cc}} \\ -1,83^{\text{cc}} \\ 12,014^{\text{cc}} \\ 27,311^{\text{cc}} \\ 39,15^{\text{cc}} \\ -21,206 \text{ mm} \\ -36,769 \text{ mm} \\ 43,945 \text{ mm} \\ 63,779 \text{ mm} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -16,56^{\text{cc}} \\ -1,782^{\text{cc}} \\ 12,008^{\text{cc}} \\ 27,261^{\text{cc}} \\ 39,075^{\text{cc}} \\ -21,221 \text{ mm} \\ -36,725 \text{ mm} \\ 43,712 \text{ mm} \\ 63,513 \text{ mm} \end{pmatrix}.$$

Vpravo uvedené opravy boli vypočítané postupom vyrovňania vloženej polygónovej siete metódou sprostredkujúcich meraní (Bitterer, L.: Vyrovnávací počet). Z porovnania opráv určených vyrovňaním s podmienkami a sprostredkujúcimi meraniami môžeme konštatovať, že vyrovnanie MNŠ vedie prakticky k rovnakým výsledkom bez ohľadu na to aký postup vyrovňania použijeme. O voľbe metódy vyrovňania rozhoduje efektívnosť výpočtov a interpretácia výsledkov meraní.

Kontrola vyrovňania (8.17) , (7.16)

$$\mathbf{A}^T\mathbf{v} + \mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1,421 \cdot 10^{-14} \\ 0. \\ -7,105 \cdot 10^{-15} \end{pmatrix} \quad \mathbf{v}^T\mathbf{P}\mathbf{v} = -\mathbf{u}^T\mathbf{k} = 10750 = 10750.$$

$$\text{Jednotková stredná chyba (aposteriórna)} \quad \sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T\mathbf{P}\mathbf{v}}{r}} = \sqrt{\frac{10750}{3}} = 59,86.$$

Pri vyrovňaní sprostredkujúcimi meraniami bola  $\sigma_0 = 59,66$ .

Maticu kofaktorov vypočítame zo vzťahu (7.25)  $\mathbf{Q}_{(9,9)} = \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}^T\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}$ . Prvky stopy matice kofaktorov sú

$$\text{tr}(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^9 Q_{ii} = (0,63 \ 0,713 \ 0,731 \ 0,71 \ 0,648 \ 0,605 \ 0,526 \ 0,614 \ 0,492).$$

Stredné chyby odmeraných uhlov a dĺžok sú:

$$\sigma_{\omega 15} = \sigma_0 \sqrt{Q_{11}} = 59,86 \sqrt{0,63} = 47,5^{\text{cc}}, \quad \sigma_{s15-524} = \sigma_0 \sqrt{Q_{66}} = 59,86 \sqrt{0,605} = 46,6 \text{ mm},$$

$$\sigma_{\omega 524} = \sigma_0 \sqrt{Q_{22}} = 59,86 \sqrt{0,713} = 50,5^{\text{cc}}, \quad \sigma_{s524-525} = \sigma_0 \sqrt{Q_{77}} = 59,86 \sqrt{0,526} = 43,4 \text{ mm},$$

$$\sigma_{\omega 525} = \sigma_0 \sqrt{Q_{33}} = 59,86 \sqrt{0,731} = 51,2^{\text{cc}}, \quad \sigma_{s525-526} = \sigma_0 \sqrt{Q_{88}} = 59,86 \sqrt{0,614} = 46,9 \text{ mm},$$

$$\sigma_{\omega 526} = \sigma_0 \sqrt{Q_{44}} = 59,86 \sqrt{0,71} = 50,4^{\text{cc}}, \quad \sigma_{s526-16} = \sigma_0 \sqrt{Q_{99}} = 59,86 \sqrt{0,492} = 42,0 \text{ mm},$$

$$\sigma_{\omega 16} = \sigma_0 \sqrt{Q_{55}} = 59,86 \sqrt{0,648} = 48,2^{\text{cc}}, \quad .$$

Vyrovnané uhly a dĺžky sú uvedené v zozname vyrovnaných súradníc bodmi polygónu.

Vyrovnané súradnice polygónu sú:

| Číslo bodu | y          | x           | $\sigma$  | uhol      | strana  |
|------------|------------|-------------|-----------|-----------|---------|
| 15         | 406583,690 | 1288781,110 | 365,24464 | 237,48764 | 116,089 |
| 524        | 406523,414 | 1288880,324 | 376,73076 | 211,48612 | 115,153 |
| 525        | 406482,255 | 1288987,871 | 318,26875 | 141,53800 | 132,974 |
| 526        | 406354,719 | 1289025,508 | 300,95929 | 182,69053 | 126,234 |
| 16         | 406228,500 | 1289027,410 | 281,86750 | 180,90821 |         |

$$\sum s = 490,450.$$