

### 3. STUDENTOVO „t“ ROZDELENIE (s použitím empirickej strednej chyby $m$ )

Štandardná premenná  $t = \frac{\varepsilon_x}{m}$ , vypočítaná z empirickej strednej chyby  $m = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}{n'}}$  pri  $n' < 30$ , nemá normálne rozdelenie, ale má symetrické tzv. **Studentovo rozdelenie pravdepodobnosti**.

**Interval spoľahlivosti v Studentovom rozdelení.** Dosadením za  $t = \frac{\varepsilon_x}{m}$  v rovnici

$$P = P(|t| \leq t_{\alpha, n'}) = \int_{-t_{\alpha}}^{t_{\alpha}} \varphi_{n'}(t) dt = \Phi_{n'}(t) = 1 - \alpha \quad (3.1)$$

dostaneme analogicky k rovnici (2.38) pravdepodobnosť  $P$ , že skutočná chyba výberového priemeru  $\varepsilon_x = X - \bar{x}$  leží v medziach  $\pm t_{\alpha}$

$$P = P\{-t_{\alpha, n'} m_x < X - x < +t_{\alpha, n'} m_x\} = \int_{-t_{\alpha}}^{+t_{\alpha}} \varphi_{n'}(t) dt = \Phi_{n'}(t), \quad (3.2)$$

Rovnica (3.2) súčasne znamená pravdepodobnosť, že skutočná hodnota  $X$  leží v medziach  $\bar{x} \pm t_{\alpha} m$

$$P = 1 - \alpha = P(x - t_{\alpha, n'} m < X < \bar{x} + t_{\alpha, n'} m) = \Phi_{n'}(t). \quad (3.3)$$

Z tab. 3.1 je zrejmé, že prakticky už pri počte nadbytočných meraní  $n' > 25$ , alebo  $n' > 20$  môžeme používať normálne rozdelenie pravdepodobnosti. Studentovú funkciu budeme preto používať len v menších súboroch merania pri neznámej hodnote strednej chyby  $\sigma$  základného súboru.

Aplikácia Studentovho rozdelenia v geodetickej praxi sa nemôže robiť mechanicky. „Priateľné“ intervaly spoľahlivosti dostaneme až pri  $n' > 4$  a pri hodnotách  $m$  blízkyh neznámej hodnote  $\sigma$ . Pri menšom počte  $n'$  nadbytočných meraní budú spravidla intervaly príliš široké a pre prax bezcenné.

**Príklad 3.1.** Vzdialenosť bola dvakrát odmeraná pásmom s výsledkami  $\ell_1 = 124,80$  m,  $\ell_2 = 124,84$  m,  $\bar{x} = 100,62$ ,  $m_{\bar{x}} = 0,02$  m,  $n' = 1$ ,  $t_{\alpha}(P = 99 \%) = 63,66$ ,  $t_{\alpha} m_{\bar{x}} = 1,27$ . Môžeme tvrdiť, že v 1 % prípadov vplyvom nevyhnutných chýb a pri dodržaní základnej presnosti merania padne odmeraná hodnota mimo hranice  $x \pm 1,27$  m (v 5 % prípadov mimo hranicu  $x \pm 0,25$  m). Takéto tvrdenie odporuje skúsenostiam i skutočnosti. Pri vylúčení hrubých chýb, chyba  $\varepsilon_x$  pri meraní pásmom v žiadnom prípade neprekročí hodnotu 5 cm. Intervalový odhad s mechanickou aplikáciou Studentovho rozdelenia na jednotlivý prípad vedie k záverom odporujúcim skúsenostiam.

Použitie Studentovho rozdelenia i intervalovým odhadom je potrebné obmedziť len na prípady, kedy nám chýbajú akékoľvek predbežné informácie o presnosti metódy merania, napr. pri počiatkových skúškach prístrojov alebo pri neprebádaných metódach merania. Ak chceme dosiahnuť spoľahlivé závery, musíme urobiť toľko  $n'$  nadbytočných meraní, aby interval spoľahlivosti i podľa Studentovho rozdelenia mal dostatočne malú šírku. **Pri  $n' < 5$  sa nedá pomocou empirickej strednej chyby získať žiadny dôveryhodný odhad presnosti  $\sigma$ , ani interval spoľahlivosti.**

**Príklad 3.2.** Vypočítali sme strednú hodnotu dĺžky z 12-tich opakovaných meraní:  $\bar{x} = 131,46$  m a empirickú strednú chybu aritmetického priemeru  $m_{\bar{x}} = 9$  mm. Aplikáciou Studentovho rozdelenia chýb zistíme napr. s 95 % pravdepodobnosťou, ( $\alpha = 100 - P = 5\%$ ), v ktorom intervale sa nachádza skutočná hodnota meranej dĺžky. Z tab. 3.1  $t_{\alpha} = 2,2$ , keď  $n' = (n - 1) = 11$ .

Skutočná hodnota odmeranej dĺžky má pravdepodobnosť výskytu v intervale

$$(\bar{x} - t_{\alpha} m_{\bar{x}} < X < \bar{x} + t_{\alpha} m_{\bar{x}}),$$

t.j. skutočná hodnota môže nadobúdať hodnoty v intervale  $131,44$  m  $< X < 131,48$  m, pričom najpravdepodobnejšia hodnota meranej dĺžky je  $\bar{x} = 131,46$  m.

Počet nadbytočných meraní $n' = n - 1$	$t_\alpha$			
	$\alpha = 100 - P$			
	10	5	2	1
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,721	2,080	2,508	2,831
22	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,711	2,064	2,492	2,797
25	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,71	2,06	2,48	2,48
28	1,70	2,05	2,47	2,76
30	1,70	2,04	2,46	2,75
40	1,78	2,02	2,42	2,70
60	1,67	2,00	2,39	2,6
100	1,66	1,98	2,37	2,63
200	1,66	1,97	2,35	2,60
500	1,65	1,97	2,34	2,59
1000	1,64	1,96	2,33	2,58
$\infty$	1,64	1,96	2,33	2,58

