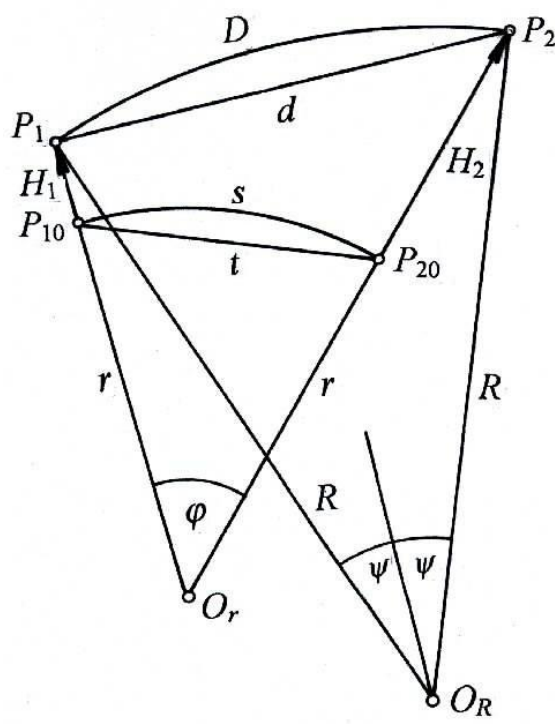


## 6. PREVOD ODMERANÝCH DĚŽOK NA VÝPOČTOVÚ PLOCHU

Jedným zo záväzných geodetických systémov je súradnicový systém Jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej. S – JTSK je definovaný Besselovým elipsoidom, Křovákovým dvojkomformným zobrazením a súborom trigonometrických bodov. Zatiaľ, čo polárne odmeraný prvok - dĚžku môĹžeme do výpočtov zaradiť až po jej priemete na výpočtovú plochu, hodnota odmeraného uhla je rovnaká aj na výpočtovej ploche.

Pod pojmom dĚžka odmeraná elektronickým teodolitom budeme považovať dĚžku, ktorú dostaneme po fyzikálnych korekciách. Fyzikálne korekcie vyplývajú z atmosférických podmienok a z prostredia merania na spojnici stanoviska merania a cieľového bodu. Atmosferické podmienky hodnotíme podľa fyzikálnych veličín teploty, tlaku a vlhkosti ovzdušia. Fyzikálne veličiny nasadzujeme do ET jednotlivo alebo vo forme výslednej hodnoty refrakčného súčiniteľa. Spôsob výpočtu a zavedenia korekcií do prístroja je uvedený v návode na použitie jednotlivého typu diaľkomera.

Priemet odmeranej dĚžky na výpočtovú plochu označíme pojmom matematická korekcia. Výsledkom matematických korekcií bude dĚžka geodetickej čiary  $s$  na referenčnom elipsoide. Matematické korekcie dĚžky riešime po etapách. Je ale potrebné poznamenať, Źe zavedenie príslušnej etapy matematickej korekcie bude mať zmysel iba vtedy, ak sa odmeraná dĚžka zmení korekciou aspoň o 1 mm. Ak bude hodnota korekcie v príslušnej etape menšia ak 1 mm, etapu korekcie vynecháme.



Obr. 6.1. Prevod odmeranej dĚžky na referenčný elipsoid

Etapy prevodu odmeraných dĚžok na referenčný elipsoid:

1. Z dĚžky na refrakčnom oblúku  $D$  sa vypočíta dĚžka priamej spojnice  $d$  medzi koncovými bodmi dĚžky  $P_1P_2$ .
2. K priamej spojnici  $d$  sa vypočíta zodpovedajúca dĚžka tetivy na náhradnej guľi o polomere  $r$ .
3. K tetive  $t$  sa vypočíta kružnicový oblúk  $s$ .
4. Prevod dĚžok z elipsoidu do zobrazovacej roviny S-JTSK.

## 6.1 Výpočet priamej spojnice $d$ koncových bodov odmeranej dĺžky

Dĺžka  $D$  leží v normálovej rovine, danej normálou k elipsoidu v počiatočnom bode  $P_1$  a koncovom bode  $P_2$  meranej dĺžky. Predpokladáme, že dĺžka  $D$  leží na oblúku o polomere  $R = \frac{r}{k}$ , kde  $r$  je polomer referenčnej gule a  $k$  je refrakčný koeficient.

Spojnicu  $d$  medzi bodmi vypočítame podľa obr. 6.1:

$$y^g = \frac{D}{2R} r^g,$$

$$d = 2R \sin y = 2R \sin \frac{D}{2R}. \quad (6.1)$$

Funkciu  $\sin \frac{D}{2R}$  rozvineme do mocninového radu podľa  $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$

$$d = 2R \left( \frac{D}{2R} - \frac{D^3}{48R^3} + \frac{D^5}{3840R^5} - \dots \right) = D - \frac{D^3}{24R^2} + \frac{D^5}{1920R^4} - \dots \quad (6.2)$$

Vynechaním tretieho člena, ktorý má zanedbateľnú hodnotu, spojnicu  $d$  vypočítame zo vzťahu

$$d = D - \frac{D^3}{24R^2} = D - \Delta D. \quad (6.3)$$

Keď v rovnici (6.3) nahradíme  $R = \frac{r}{k} = \frac{6380,7 \text{ km}}{0,13}$  a za  $\Delta D$  dosadíme 1 mm, dĺžka oblúka  $D$  nadobudne hodnotu

$$D = \sqrt[3]{\Delta D 24 R^2} = \sqrt[3]{\Delta D 24 \left( \frac{r}{k} \right)^2} = \sqrt[3]{0,001 \cdot 24 \left( \frac{6380700}{0,13} \right)^2} = 38,7 \text{ km} \div 40 \text{ km}.$$

Výpočet tejto matematickej korekcie má zmysel pri odmeraných dĺžkach  $D > 40 \text{ km}$ .

Môžeme predpokladať, že odmeraná dĺžka je po fyzikálnych korekciách prakticky rovná priamej spojnici medzi koncovými bodmi  $P_1 P_2$ .

## 6.2 Výpočet dĺžky tetivy $t$ k dĺžke $d$

Výšky bodov  $P_1$  a  $P_2$  nad referenčnou guľou o polomere  $r$  označme  $H_1$  a  $H_2$ . V trojuholníku  $O_r P_1 P_2$  aplikujeme kosínusovú vetu

$$d^2 = (r + H_1)^2 + (r + H_2)^2 - 2(r + H_1)(r + H_2) \cos j. \quad (6.4)$$

V trojuholníku  $O_r P_{10} P_{20}$  bude kosínusova veta

$$t^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos j. \quad (6.5)$$

Z rovnice (6.5) vyjadríme  $\cos j$ , ktorý dosadíme do rovnice (6.4)

$$\cos j = \frac{2r^2 - t^2}{2r^2} = \left( 1 - \frac{t^2}{2r^2} \right), \quad (6.6)$$

$$d^2 = (r + H_1)^2 + (r + H_2)^2 - 2(r + H_1)(r + H_2) \left(1 - \frac{t^2}{2r^2}\right).$$

Po úprave dostaneme

$$d^2 = (H_2 - H_1)^2 + \left(1 + \frac{H_1}{r}\right) \left(1 + \frac{H_2}{r}\right) t^2. \quad (6.7)$$

Ak označíme  $H_2 - H_1 = h$  exaktný vzťah na výpočet dĺžky tetivy  $t$  vyjadruje rovnica

$$t = \sqrt{\frac{d^2 - h^2}{\left(1 + \frac{H_1}{r}\right) \left(1 + \frac{H_2}{r}\right)}}. \quad (6.8)$$

Zjednodušený vzťah na výpočet dĺžky tetivy dostaneme úpravou rovnice (6.8)

$$t = d \left(1 - \frac{h^2}{d^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \left(\frac{H_1 + H_2}{r} + \frac{H_1 H_2}{r^2}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.9)$$

a rozvojom jej členov podľa binomickej vety  $(a \pm b)^n = a^n \pm na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 \pm \dots$

$$t \approx d \left(1 - \frac{1}{2} \frac{h^2}{d^2} - \frac{1}{8} \frac{h^4}{d^4} + \dots\right) \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{H_1 + H_2}{r} + \frac{H_1 H_2}{r^2}\right) + \dots\right]. \quad (6.10)$$

Po úprave  $\frac{H_1 + H_2}{2} = H_s$ , vynásobením a vynechaním malých veličín dostaneme zjednodušený vzťah na výpočet dĺžky tetivy

$$t \approx d - \frac{h^2}{2d} - \frac{H_s}{r} d - \frac{1}{8} \frac{h^4}{d^3} + \frac{h^2}{2d} \frac{H_s}{r} + \frac{h^2}{2d} \frac{H_1 H_2}{2r^2} \dots \quad (6.11)$$

Na prevod dĺžok  $d < 5$  km na dĺžky tetív  $t$  s presnosťou na 1 mm používame exaktný vzťah (6.8) alebo (6.11). Vzťah (6.11) je možné aplikovať pokiaľ pomer  $\frac{h}{d} \leq \frac{1}{10}$ , vtedy je výškový uhol menší než 6,25°.

Vo vzťahoch (6.8) alebo (6.11) za  $r$  použijeme stredný polomer krivosti  $r = \sqrt{MN}$ . Je možné tiež použiť stredný polomer pre celé územie Slovenska  $r_s = 6380,7$  km.

### 6.3 Výpočet kružnicového oblúka $s$ k tetive $t$

Časť kružnicového oblúka  $s$ , ktorá je príslušná k tetive  $t$  na kružnici o polomere  $r$  vypočítame podľa obr. 6.1

$$j^s = \frac{s}{r} r^s,$$

$$t = 2r \sin \frac{j}{2} = 2r \sin \frac{s}{2r},$$

$$s = 2r \arcsin \frac{t}{2r}. \quad (6.12)$$

Funkciu  $\arcsin \frac{t}{2r}$  rozvineme do mocninového radu  $\arcsin x = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \dots$

$$s = 2r \left( \frac{t}{2r} + \frac{t^3}{48r^3} + \frac{3t^5}{1280r^5} + \dots \right) = t + \frac{t^3}{24r^2} + \frac{3t^5}{640r^4} + \dots \quad (6.13)$$

Vypočítame, pri akej dĺžke tetivy bude druhý člen rovnice (6.13) rovný 1 mm.

$$t = \sqrt[3]{0,001 \cdot 24r^2} = 9,9 \text{ km} \div 10 \text{ km}.$$

Ak je  $t < 10 \text{ km}$  môžeme považovať tetivu  $t$  tiež za dĺžku  $s$  na elipsoide. V skutočnosti dĺžka  $s$  na elipsoide je dĺžka v úrovni nulovej hladinovej plochy.

Ak dĺžka oblúka  $s$  prekračuje hodnotu 10 km je potrebné pokračovať v nasledovných matematických korekciách:

- Oblúk  $s$  sa prevedie na oblúk elipsy, ktorá leží v rovnakej normálovej rovine ako odmeraná dĺžka. Oblúk normálového rezu označíme  $\bar{s}$ .
- Oblúk normálového rezu  $\bar{s}$  sa prevedie na oblúk elipsy  $s_0$ , ktorý spája päty normál koncových bodov odmeranej dĺžky na elipsoide.
- Oblúk  $s_0$  sa prevedie na dĺžku geodetickej čiary  $S$  na referenčnom elipsoide.

Keďže v praxi prakticky už vôbec nemeríme dĺžky väčšie ako 3 až 5 km, vzťahy na matematické korekcie a) až c) v prípade potreby nájdeme v odbornej literatúre napr. Vykutíl, J.: Vyšší geodézie str. 231.

#### 6.4 Prevod dĺžok z elipsoidu do zobrazovacej roviny S-JTSK

V záujme prevodu dĺžky z elipsoidu do zobrazovacej roviny počítame mierku zobrazenia dĺžky v mieste merania. Mierku zobrazenia interpolujeme z diagramu dĺžkového skreslenia pre stredné súradnice lokality merania, alebo ju počítame z rady

$$\begin{aligned} m = & + 0,99990000000 \\ & + 0,00000 00000 00012 28220 36 \Delta R^2 \\ & - 0,00000 00000 00000 00000 3154041 \Delta R^3 \\ & + 0,00000 00000 00000 00000 00000 0184753 \Delta R^4 \\ & - 0,00000 00000 00000 00000 00000 00000 0011464 \Delta R^5 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Vo vzťahu (6.13)  $\Delta R = R - R_0$ .  $\Delta R$  dosadzujeme v stovkách kilometrov.  $R$  je polomer kartografickej rovnobežky, ktorý vypočítame zo vzťahu

$$R = \sqrt{y^2 + x^2}, \quad (6.14)$$

kde  $y$ ,  $x$  sú súradnice z okolia merania dĺžky (súradnice stredu lokality merania) a  $R_0 = 1298039,0046 \text{ m}$  je jedna z konštánt Křovákovho zobrazenia.